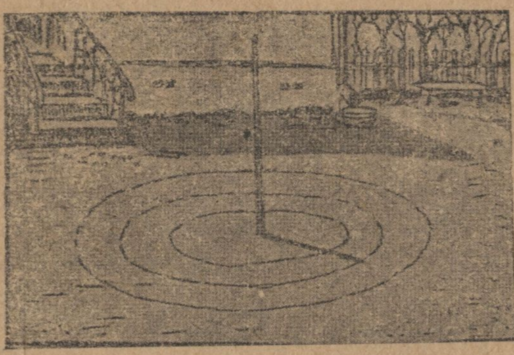
Geomeetria
rahvakoolidelle

3. õpeaasta

F. V. Mikkelsaar

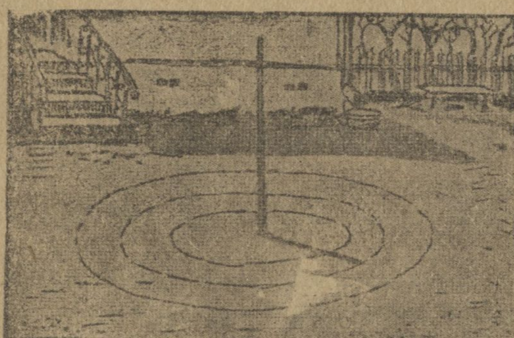


Kirjastus „Odamees“
1920

Geomeetria
rahvakoolidelle

3. õpeaasta

F. V. Mikkelsaar



Kirjastus „Odamees“
1920

H. Laakmann, Tartus.

§ 1. Kandilised kehad.

Pind.

1. Meid ümbritsevad mitmesugused asjad ehk **kehad**, nagu: laud, tahvel, lamp, tool, raamat, maja jne. Nimetage mõned kehad koolitoas, tänaval. . .

2. Meie ees laual on mõned kehad. Nimetage nad (kast, muna, kandik, lambiklaas, karp, tindipott, gloobus).

Iga keha on kõigilt poolt piiratud. *Keha piiri nimetatakse ta* **pinnaks**.

Tõmmake käega kandiku pinda mööda, muna, lambiklaasi pinda mööda.

Pinna liigid.

3. Pange joonlaud serviti kandiku pinna külge; pange veel uues sihis; veel mitu korda — iga kord isesihis!

Kas kandiku pinnale saab õkva joont tõmmata? Mitmes sihis?

Pange joonlaud muna pinna külge; pange veel kord uues sihis.

Kas muna pinnale saab õkva joont tõmmata?

Pange joonlaud lambiklaasi pinna külge; veel mitu korda — iga kord isesihis.

Kas lambiklaasi pinnale saab joont tõmmata? Mitmes sihis?

On olemas kaht liiki pindu: **tasane** ja **kõver**.

Näidake tasast pinda; näidake kõverat.

Tasaseks pinnaks, ehk lühidalt **tasapinnaks** *nimetatakse niisugune pind, millele saab igas sihis tõmmata õkva joone.*

Kôveraks pinnaks *nimetatakse niisugune pind, millele kas sugugi ôkva joont ei saa tômmata vôi saab ainult mônes sihis.*
Näidake ümberolevatel asjadel tasast ja kõverat pinda. Katsuge joonlaua abil järele.

4. Ütelge, missuguseil meie ees laual olevail kehadel näeme ainult tasast pinda; missuguseil ainult kõverat; missuguseil mõlemaid.

Kandilised.

5. Jagage kõik need kehad kahte osasse: ühte koguge kõik niisugused, mil kõverat pinda on, teise niisugused, mil kõverat pinda ei ole.

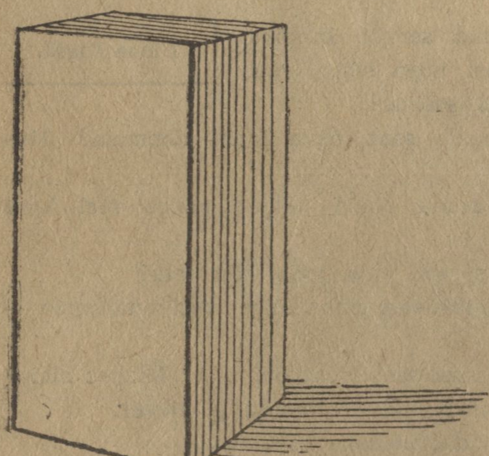
Üksikud tasapinna osad kehadel nimetatakse **kantideks**. *Kehad, mis ainult tasapindadega piiratud on, nimetatakse* **kandilisteks kehadeks** *ehk lühidalt* — **kandilisteks**.

6. Mitu kanti on kandikul? kastil? Lõigake kartulist kandiline keha välja, mil oleks seitse kanti, neli kanti. Katsuge kandiline välja lõigata, mil oleks kolm kanti.

Nimetage õige palju kehi, mida kandilisteks võib nimetada. Nimetage mõned kehad, mida ei või kandilisteks nimetada.

Neljanurgeline sammas. Tema kandid.

7. Tutvustame ennast tähtsamate kandilistega.



Joonistus 1.

Teie ees on kast, karp, savikivi, kapp. Kõigil neil kehadel on neljanurgelise samba kuju. Siin on ka neljanurgelise samba mudel (j. 1).

Lugege, mitu kanti on neljanurgelisel sambal.

8. Neljanurgeline sammas on laual püsti. Näidake ta päälmist, alumist, esi-, taga-, pahemat, paremat kanti.

Pikendage mõttes alumist ja päälmist kanti; näidake käega päälmise kandi pikenduse sihti; alumise kandi pikenduse sihti; teiste kantide pikenduse sihti. Ligendage samba esikandile lood ja leidke, missugune on selle kandi siht.

Esikant on loodis. Leidke tagumise, pahema ja parema kandi siht. Missugune on päälmise kandi siht? Alumise kandi siht?

Neljanurgelise *päälmine ja alumine* kant on kaalus; need *nimetatakse samba* **alusteks**; teised kandid kutsutakse **külgmisteks kantideks** ehk **külgkantideks.**

Pange päälmisele kandile paberileht ja lõigake temast selle kandi kuju. Missuguse kuju saate? Paigutage väljalõige alumisele aluselle. Mida teie märkate?

Neljanurgelise samba alused on täissarnased.

Võrrelge väljalõiget külgmiste kantidega.

Võrrelge külgkante üksteisega.

Neljanurgelise samba servad.

9. Tõmmake sõrmega seda joont mööda, millesse samba esi- ja pahem kant koonduvad; millesse päälmine ja tagakant koonduvad. Need õgvad jooned nimetatakse samba **servadeks.**

Mitu serva on meie sambal?

Näidake kõik loodis servad; siis kõik kaalus servad.

Võrrelge niidi ehk mõõtpuu abil kõiki kaalus servi üksteisega; kõiki loodis servi.

Kõik päälmise ja alumise aluse servad on ühepikkused, iga külgmise kandi servad aga ei ole ühepikkused; külgmistel kantidel on kõik loodis servad ühepikkused ja kaalus servad omakorda ühepikkused; loodis servad ei ole aga kaalus servadega ühepikkused.

Nurgad neljanurgelisel sambal.

10. Võrrelge samba kantidel olevaid nurki üksteisega, selleks üht nendest paberille joonistades. Mõõtke nurgad malli abil.

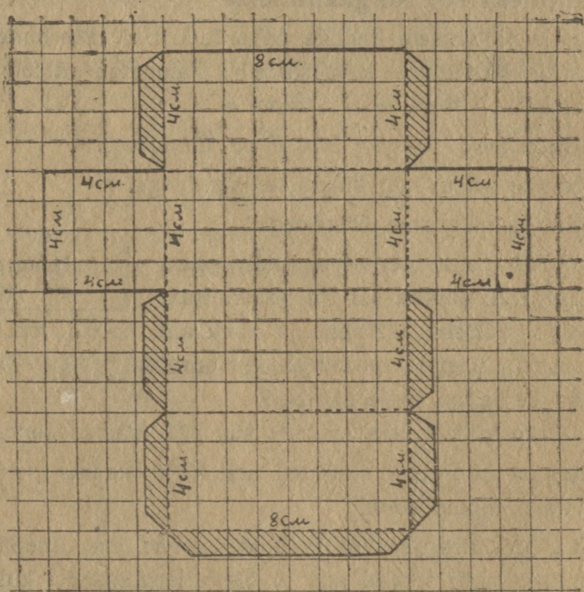
Kõik nurgad meie neljanurgelise samba kantidel on ühesuurused; nad on kõik 90⁰-lised ehk täisnurgad.

Tundmaõpitava nelinurgelise samba *alusteks on ruudud, külgmisteks kantideks aga täisnurgelised.*

Niisuguse samba täielik nimi on, nagu allpool näeme, — **püst-ruutsammas.**

Samba mudeli valmistamine.

11. Pange samba ümber paberileht nii, et paber tervet samba pinda ühekordselt kataks, ja lõigake ülearused paberi ääred ära. Laotage siis paberileht laiali. Te saate ruutsamba **pinnalaotuse** (joon. 2).



Joonistus 2.

12. Joonistage ruudulisele paberilehele niisugune pinnalaotus, nagu joonistus 2-sel on näidatud*), lõigake ta välja, murdke ta piki täpilisi jooni kokku ja kleepige temast ruut-

*) Seejuures on tarvis meeles pidada, et ruutude suurus sel (ja järgmistel) joonistustel vähendatud on, ruutude arv on aga nimelt see, mida tarvis ruudulisele sentimeeter-paberille kujutada.

sammas (ääred, mis joonistusel kriipsudega kaetud, on ainult kokkukleepimise jaoks).

Samba tipud.

13. Pöörge oma tähelepanek punktidelle, kus kolm kanti üksteisega kokku puutuvad. Need punktid nimetatakse samba tippudeks.

Mitu tippu on neljanurgelisel sambal?

Kahekantsed nurgad.

14. Pöörge tähelepanek ka sellele, missuguse seisu vastastikku *kaks kanti* võtavad, *mis ühes servas kokku puutuvad.* Nemad *tekitavad nurga, mida nimetatakse* **kahekantseks nurgaks,** kuna need nurgad mis jooned tekitavad, vahetegemiseks **joon-nurkadeks** nimetatakse.

Kandid, mis kahekantse nurga tekitavad, nimetatakse **kahekantse nurga kantideks;** *õkva joont, milles need kandid kokku puutuvad,* **kahekantse nurga servaks.**

Mitu kahekandist nurka on meie sambal? Mitu joonnurka? — Tekitage kahekantne nurk kahe paberilehe abil, raamatu kaante abil . . .

Neljanurgelise samba kõrgus, pikkus ja laius.

15. Mitu serva koondub neljanurgelise samba ühte tippu?

Pöörge tähelepanek parempoolselle alumisele tipule samba esikandil.

Missugune siht on neil servadel, mis sellesse tippu koonduvad?

Missugused neist on ühepikkused?

Missugused ei ole teistega ühepikkused?

Mõõtke igaühe pikkus.

Neljanurgelise püstsamba servadest, mis ühte tippu koonduvad, nimetatakse loodis serv **samba kõrguseks,** üks kaalus serv — **pikkuseks,** teine — **laiuseks.**

Selle samba kõrgus, mille te paberist kokku kleepisite, on 8 sm., pikkus ja laius — mõlemad 4 sm.

Valige üks teine tipp ja näidake, missuguse temasse koonduvatest servadest võib võtta samba kõrguseks, missuguse laiuseks, pikkuseks.

Samba kõrgus, pikkus ja laius nimetatakse samba **mõõdeteks.**

Neljanurgeline sammas.

16. Võrrelge meie samba mudelit kastiga, karbiga, savikiviga . . . Kõige päält pöörge tähelepanek aluste pääle; võrrelge aluse pikkust ja laiust. Kas on kasti, karbi, savikivi . . . aluseks ka ruut?

Meie sambamudelil on aluseks ruut, sellepärast ta nimetataksegi *ruutsambaks.*

Paberist valmistatud sammas on ka ruutsammas; teisi sambaid aga, mis meie ees on, ei saa ruutsambaiks nimetada, küll aga *neljanurgelisiks sambaiks,* sest nende aluseiks on nelinurgad.

17. Kõik need sambad võib ka *täisnurgelisteks sammasteks* nimetada, sest nende aluseks on täisnurgeline (ja ka külgmised kandid on täisnurgelised).

Kuidas arvate: kas iga neljanurgelist sammast võib täisnurgeliseks nimetada?

Kas on täissarnased kõik külgmised kandid: kastil? kapil? savikivil?

Kui täisnurgelise samba aluseks ei ole ruut, siis on ta külgmistest kantidest ainult vastaspoolsed täissarnased.

Mitmesugused ülesanded.

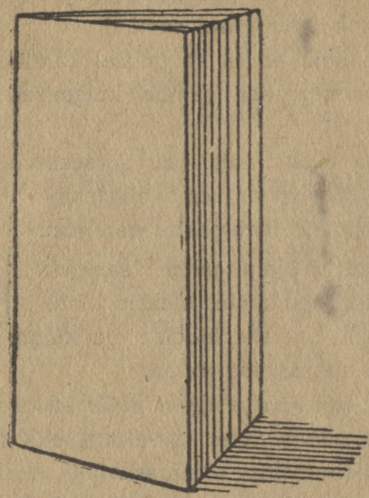
18. Missuguse keha kuju on meie klassitoal? Missuguses juhtumuses võiks meie klassituba ruutsambaks nimetada?

Lõigake kartulist ehk seebist ruutsammas. — Kujutage endille õhus neljanurgeline sammas ette ja piirige ta kätega.

Kolmenurgeline sammas.

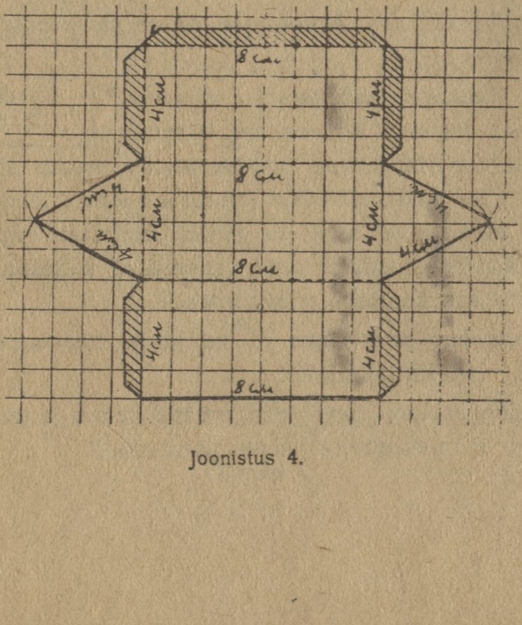
19. Aluse poolest on olemas veel teissuguseid sambaid; siin on üks nendest (joon. 3).

Selle samba aluseks on kolmnurk, sellepärast nimetatakse ta **kolmenurgeliseks sambaks.**



Joonistus 3.

20. Joonistage ruudulisele paberille joonistus 4-dal näidatud kuju; lõigake ta välja ja kleepige tast kolmenurgeline sammas kokku.



Joonistus 4.

Lugege, mitu kanti, serva, tippu, joon-nurka ja kahekandist nurka on kolmenurgelisel sambal.

Missugune kuju on ta külgmistel kantidel?

Meie kolmenurgelise samba külgmised kandid on täisnurksed.

Võrrelge ta aluste külgi (servi) isekeskis ja nurki isekeskis. Missugust liiki △ on tema alusteks?

Piirige õhus kolmenurgeline sammas.

Kahekantne täisnurk.

21. Pange neljanurgeline sammas nii lauale, et ta alused kaalus oleksid; kõik külgmised kandid on siis loodis; iga külgmine kant moodustab siis alusega kahekantse nurga.

Niisugune kahekantne nurk, mille üks kant siis loodis on, kui teine kaalus, nimetatakse **kahekantseks täisnurgaks.**

Pange neljanurgeline sammas küliti lauale. Kas on nüüd sambal loodis kante? kaalus kante? kahekantseid täisnurki?

22. Kõik kahekantsed nurgad meie neljanurgelisel sambal on täisnurgad.

Kui sammast natuke kallutada, siis muutuvad ta kandid kõik ehk enamasti kõik kaldkantideks; kas kahekandiste nurkade suurus muutub seejuures?

Tasapinnad, mis kahekantse täisnurga moodustavad, on vastastikku risti.

Kahekantsed vildaknurgad.

23. Tekitage kahekantne täisnurk peode abil; tekitage kahekantne täisnurk kahe paberilehe abil, ühele loodis, teisele kaalus sihti andes. Kallutage ühte neist lehtedest (näituseks loodis lehte) natuke: kas jääb kahekantne nurk ka pärast seda täisnurgaks? kas saab ta täisnurgast suuremaks? vähemaks? kahekantseks nürinurgaks või kahekantseks teravnurgaks?

Kahetahkist teravnurka ja nürinurka nimetatakse **kahekantseiks vildaknurkadeks.**

Murdke papitükk õkva joont mööda kokku ja tekitage selle joone juure mitmesuguseid kahekantseid nurki.

Katsuge papitükk kõverat joont mööda kokku murda.

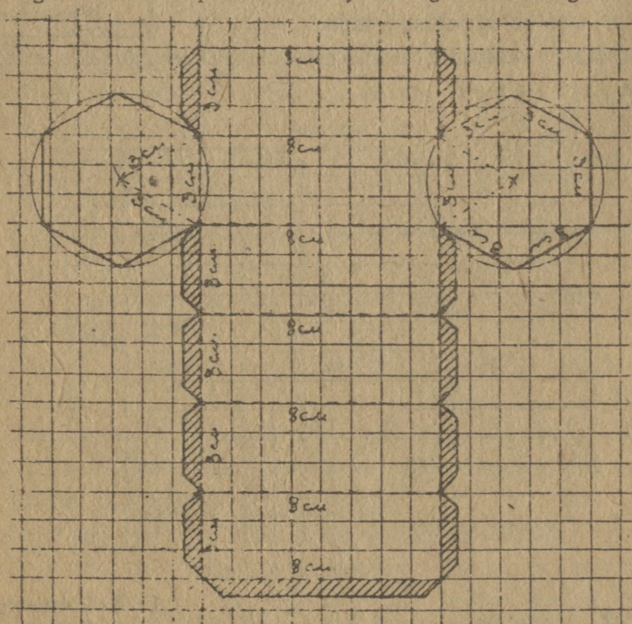
24. Kolmenurgeline sammas on nii lauale pandud, et ta alus vastu lauda on. Missugune on aluste ja külgmiste kantide siht? Missugused kahekantsed nurgad on tal täisnurgad?

Pange kolmenurgeline sammas lauale küliti. Missuguse sihi võtab alumine kant? Missuguse teised külgmised kandid? Missugused kolmenurgelise samba kandid tekitavad kahekantseid vildaknurki? Missugust liiki on need vildaknurgad?

Pange sammas uuesti lauale püsti. Tekitage kahe loodis hoitud raamatu abil terav kahekantne nurk, nüri kahekantne nurk.

Mitmesugused ülesanded.

25. Pange oma paberine neljanurgeline sammas lauale küliti; asetage tema pääle kolmenurgeline sammas, nii et ta alumine küljekant neljanurgelise samba päälmise küljekandiga ühte langeks. Mille



Joonistus 5.

mudeli te nüüd saate? — Arvake saadud majakesemudeli täieline välimise pinna suurus sentimeetrites välja. Näidake neid jooni, mille pikkuse te seejuures peate teadma.

Arvake välja mingi hoone välimise pinna suurus ruutmeetrites.

Kuuenurgeline sammas.

26. Joonistage 5-nda joonistuse järele pinnalaotus ja kleepige temast keha kokku.

Kuidas võib saadud keha nimetada?

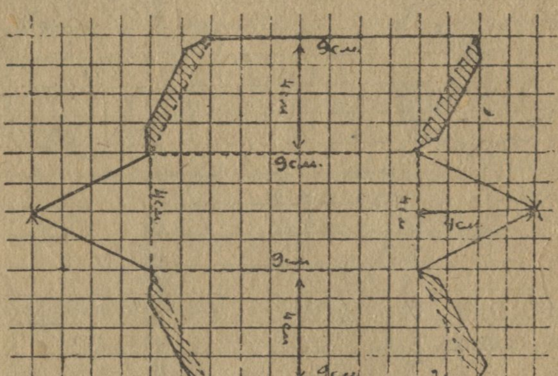
Kirjeldage saadud kuuenurgelist sammast, see on, jutustage: mitu kanti tal on, mis kujulised on need kandid, mitu serva on sel sambal, missugused neist servadest on ühepikkused ja missugused mitte; mitu tippu, mitu joon-nurka ja kui suuri, mitu kahekandist nurka ja missugust liiki on sel sambal?

Mis kujuline on tihti uus teritamatu pliiats?

Mitmesugused ülesanded.

27. Kujutage omale kaheksanurgeline sammas ette ja kirjeldage teda.

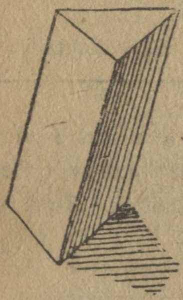
Leidke loodusest kehi, mil oleks mingisuguse nurgelise samba kuju (taimede varred . . .).



Joonistus 6.

Kaldsammas, püstsammas ja ühtlane sammas.

28. Joonistage ruudulisele paberille sarnane kuju, nagu joonistus 6-ndal näidatud, lõigake ta välja ja kleepige keha kokku. — Te saate uuesti *kolmenurgelise samba* (joonistus 7), kuid niisuguse, mis endisest märksa lahku läheb: *ta külgmised kandid moodustavad alustega vildakud kahekantsed nurgad* (teiste sõnadega: on kallakil), *külgmised kandid* ei ole mitte täisnurgelised, vaid on lihtsalt *kôrvukülgsed*.



Joonistus 7.

Niisugune sammas nimetatakse **kaldsambaks**.

Niisugune sammas aga, mil kôik külgmised kandid alustega vastastikku risti on, nimetatakse **püstsambaks.**

Kõik varemini tundmaõpitud sambad on püstsambad; *püstsamba külgmised kandid on täisnurgelised.*

29. *Püstsammas nimetatakse ühtlaseks, kui ta aluseks ühtlane nurgeline on* (ruut, külgühtlane △ j.n.e.). Niisugune on, näituseks, tundmaõpitud ruutsammas.

Ütelge, missugused meie poolt läbivaadatud sambad on ühtlased, ja missugused mitte.

Sammaste ühised omadused.
Kõrvu tasapinnad.

30. Kõigil nurgelistel sammastel on mitmed ühised omadused. — Võrrelge kaldsamba aluseid üksteisega.

Kaldsamba **alused on,** *nagu* **igal sambal, täissarnased.**

31. Pange kõik oma valmistatud sambad lauale ritta püsti. Te märkate, et kui samba ühele aluselle kaalus siht anda, siis võtab ka teine omale kaalus sihi.

Pikendage mõttes mingi samba mõlemaid aluseid. Kas saavad need alused nende pikendamisel kokku puutuda?

Tasapinnad, mis kôigel omal ulatusel üksteisest ühekauguselle jäävad, on vastastikku kôrvu. Kôrvu tasapinnad ei saa mitte kokku puutuda.

Igal sambal on alused vastastikku kôrvu.

32. Meeles pidades, et täisnurgeline muud ei ole, kui iseäraline kõrvukülgse liik, võime ütelda, et **iga samba külgmised kandid on kôrvukülgsed.**

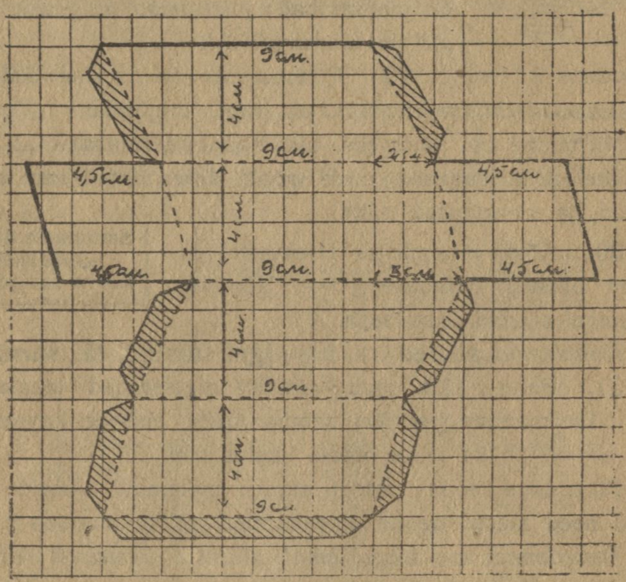
Nii näeme, et *iga nurgelist sammast piirab kaks vastastikku kôrvu olevat täissarnast alust ja mitu külgmist kôrvukülgist kanti*.

Leidke, missugused on oma pikkuse ja sihi poolest iga samba külgmised kandid isekeskis.

Kõrvukantne.

33. Sammaste seas on niisuguseid, mil mitte üksi külgmised kandid, vaid ka alused kõrvukülgsed on.

Joonistage ruudulisele paberille kuju, nagu joonistus 8-ndal näidatud, lõigake ta välja ja kleepige sambaks kokku. Sel sambal on kõik kandid kõrvukülgsed (vaata pinnalaotust j. 8-ndal).



Joonistus 8.

Sammas, mille alusteks kôrvukülgsed on, nimetatakse **kôrvukantseks** *sambaks* ehk lühidalt **kôrvukantseks**.

Võrrelge kõrvukantse vastaskante üksteisega. Missugused on vastaskandid isekeskis oma sihi poolest? — *Kôrvukantse* *vastaskandid on paaristikku täisühtlased ja kõrvu.* Siit tulebki kõrvukantse nimi.

Nagu igasuguseid sambaid, nii võib ka püst- ja kald-kõrvukantseid olla.

Jutustage, missugust kõrvukandist võib püst-kõrvukantseks nimetada.

Täisnurgeline kõrvukantne.

34. Et ruut ja täisnurgeline ka kõrvukülgsed on, siis võivad nemadki kõrvukantse aluseks olla. *Püst-kõrvukantne, mille aluseks täisnurgeline on, nimetatakse* **täisnurgeliseks kõrvukantseks**. Niisugustena esinevad kõik varemini tundmaõpitud neljanurgelised sambad: kast, karp, savikivi, kapp, klassituba, ruutsamba mudel j. n. e.

35. Otsige ümberolevate asjade seast veel täisnurgelisi kõrvukantseid. Näidake nende kõrgust, laiust, pikkust. — Missugune kuju on harilikult kaevul? Kuidas nimetatakse ta kõrgust?

Kujutage õhus täisnurgeline kõrvukantne.

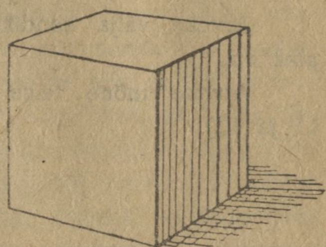
Kandik.

36. Vaatleme nüüd ligemalt meile juba osalt tuttavat *kandikut* (joon. 9).

Valmistage paberist *kandik*, joonistus 10-ndal kujutatud pinnalaotust abiks võttes.

Kirjeldage kandikut.

Kas kandikut võib sammaste hulka arvata? Missuguste hulka? Mispärast? Kas võib kandikut kõrvukantseks nimetada? Missuguseks kõrvukantseks? Mispärast?



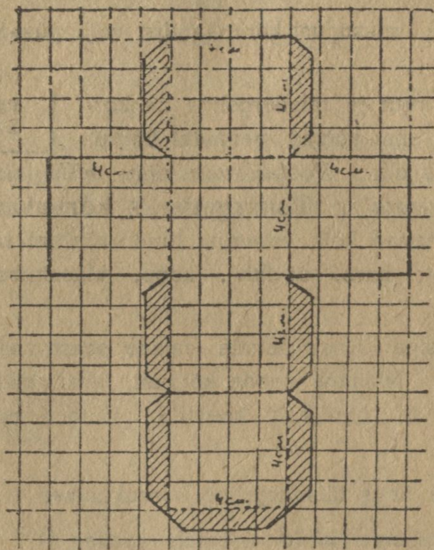
Joonistus 9.

Võrrelge kandiku kante üksteisega.

Kandikuks nimetatakse täisnurgeline kõrvukantne, mil kõik mõõted ühtlased on.

Siit järgneb, et kõik *täissarnast ruutu piiravad servad* on ühepikkused.

37. Arvake välja oma valmistatud paberise kandiku pinnasuurus.

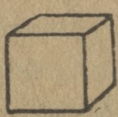


Joonistus 10.

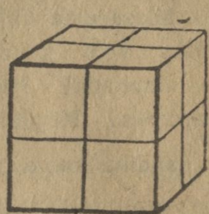
Kuidas on seda kõige hõlpsam teha?

Arvake välja kandiku pinnasuurus, mille serv 10 sm. pikk on.

Arvake mõne teise kandiku pinnasuurus välja (joon. 11 ja 12).



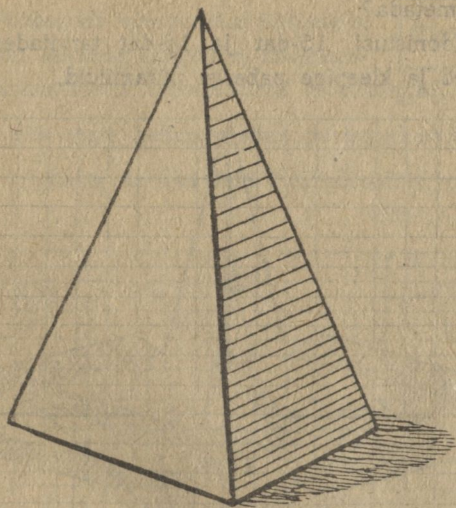
Joonistus 11.



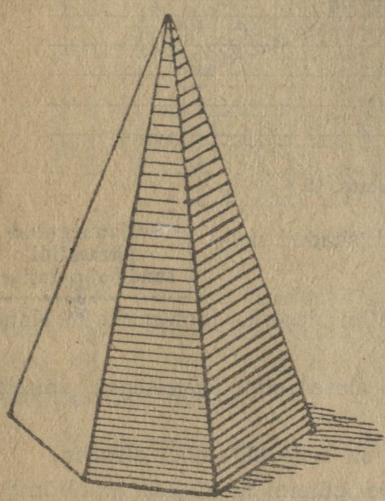
Joonistus 12.

38. Vaatleme nüüd teist liiki kandilisi.

Püramiidid.



Joonistus 13.



Joonistus 14.

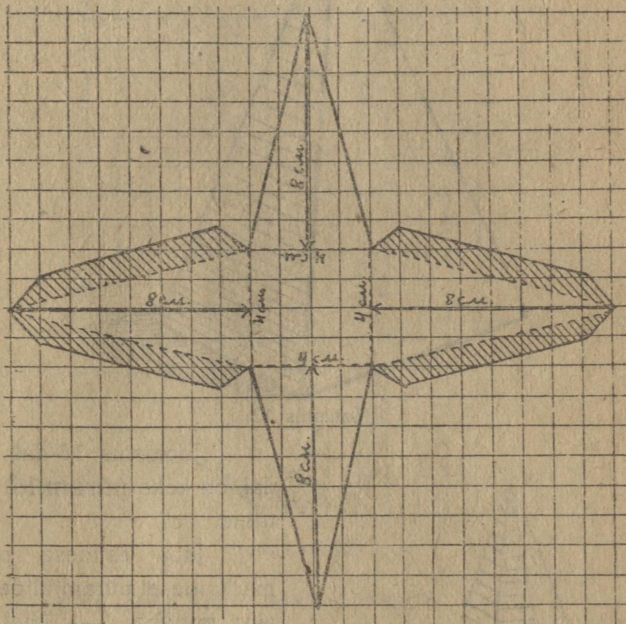
Joonistus 13-dal ja 14-dal on kaks **püramiidi** kujutatud.

Juba esimese pilguga märkame, et püramiididel teine alus puudub, — ühel nendest püramiididest on neljanurgeline alus ja neli kolmenurgelist küljekanti; kõik küljekandid koonduvad ühte punkti. See punkt nimetatakse **püramiidi tipuks**. — Seda püramiidi kutsutakse *neljanurgeliseks*.

Kas teab keegi Egiptuse püramiididest midagi jutustada? —

Teise püramiidi aluseks on kuusnurk, küljekantideks on temalgi kolmnurgad, millel ühine tipp on. — Kuidas tuleb seda püramiidi nimetada?

39. Joonistusi 15-dat ja 16-dat tarvitades joonistage pinnalaotused ja kleepige paberist püramiidid.



Joonistus 15.

Neljanurgelise püramiidi tundmaõppimine.

40. Mitu kanti piiravad saadud nelјanurgelist püramiidi?

Mitu serva on tal? Mitu tippu? Joon-nurka? Kahekantset nurka?

Võrrelge selle püramiidi aluse servi üksteisega; võrrelge aluse nurki.

Missugust liiki nelinurk on selle püramiidi aluseks?

Võrrelge üksteisega selle püramiidi küljeservi. Võrrelge küljekante.

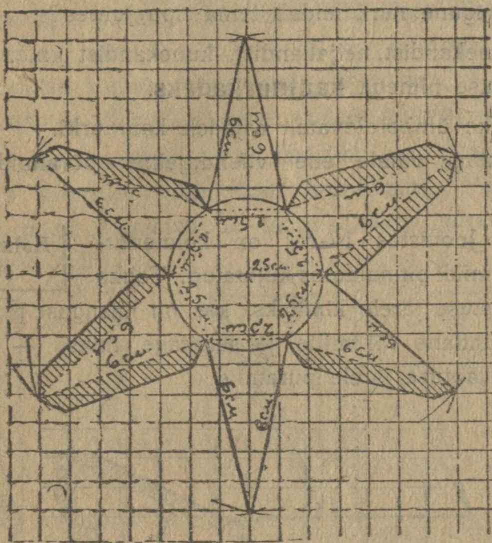
Saadud neljanurgelise püramiidi küljekandid on kõik täissarnased haruühtlased kolmnurgad, aluseks — ruut.

Ühtlane püramiid.

41. *Püramiidi nimetatakse ühtlaseks, kui aluseks on ühtlane nurgeline, küljekantideks aga täissarnased haruühtlased kolmnurgad.*

Nii on siis meie neljanurgeline püramiid ühtlane.

Tehke kindlaks, kas ka teie kuuenurgeline püramiid ühtlane on.



Joonistus 16.

Neljakantne nurk.

42. Pöörake tähelepanek selle püramiidi tipu pääle. Mitu kanti koondub sellesse tippu? Neli kanti, mis ühte punkti koondunud, tekitab **neljakantse nurga.**

Neljakantsel nurgal on neli kanti, neli serva ja üks tipp.

Kolmekantne nurk.

43. Mitu kanti koonduvad neljanurgelise püramiidi teistesse tippudesse?

Mitmekantseid nurki on veel, pääle neljakantse, neljanurgelisel püramiidil?

Kuidas tekib kolmekantne nurk?

Kas leidub varemini tundmaõpitud kehadel kolmekantseid nurki?

Otsige ümberolevatelt asjadelt kolmekantseid nurki.

Kantnurgad.

44. Kirjeldage paberist kleebitud kuuenurgelist püramiidi.

Missugune nurk leidub tema tipu juures?

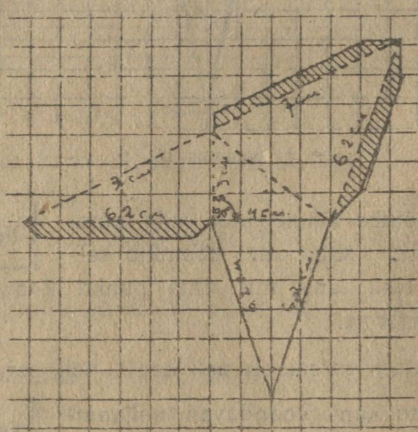
Kolmekandist, neljakandist, kuuekandist j.n.e. nurka nimetatakse ühise nimega **kantnurkadeks**.

Leidke ümberolevatelt asjadelt kantnurki.

Kujutage omale ette viienurgeline püramiid ja kirjeldage teda.

Kolmenurgeline püramiid.

45. Joonistus 17-dal on kolmenurgelise püramiidi pinnalaotus kujutatud. Tehke selle joonistuse järele kindlaks, kas on niisuguse pinnalaotusega püramiid ühtlane või mitte, ja selgitage, miks. — Valmistage selle pinnalaotuse järele püramiid.



Joonistus 17.

Joonistage niisuguse ühtlase kolmenurgelise püramiidi pinnalaotus, mille aluse serva pikkus 5 sm. oleks, küljeserva pikkus 10 sm. Valmistage niisugune püramiid.

Mitmesugused küsimused.

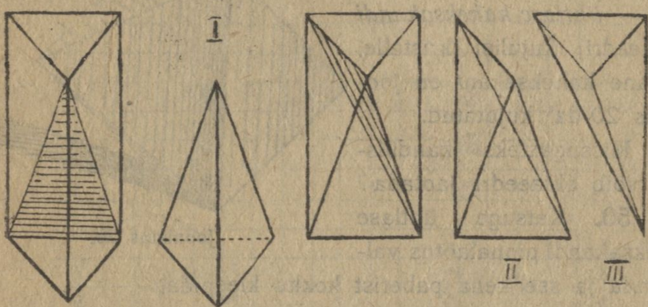
46. Nimetage kehasid, millel püramiidi kuju oleks.

Kas teie ei tea mõnda püramiidikujulist ehitust?

47. Kolmenurgelisel püramiidil on ainult neli kanti; kas mõnel teile tuntud kandilisel veel nii väike arv kante on?

Lõigake kartulist kolmenurgeline sammas välja ja tehke ta siis kolmenurgeliseks püramiidiks ümber, üht alust alles hoides. Mitu kanti oli sambal? mitu kanti on püramiidil? Katsuge selle kandilise kantide arvu veel vähendada. — See ei lähe mitte korda. — *Kandilise kõige vähem kantide arv on 4.*

48. Lõigake kaalikast ehk kartulist (või savist . . .) kolmenurgeline sammas (võimalikult korralikult). Pääle selle lõigake ta nii, nagu joonistus 18-dal näidatud, püramiidideks (hästi korralikult).



Joonistus 18.

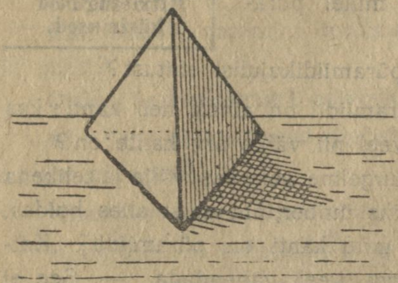
Võrrelge saadud püramiidide raskust, neid väikesel kaalul kaaludes.

Toimetage seda kõike veel kord uue kolmenurgelise sambaga.

Mida teie märkate?

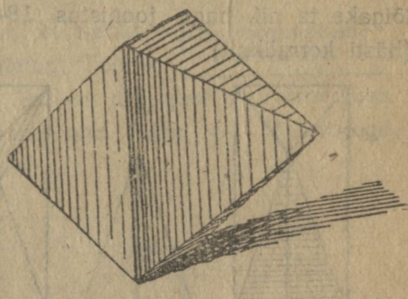
Ühtlased kandilised.

49. Joonistage niisuguse kolmenurgelise püramiidi pinnalaotus, millel kõik servad 6 sm. pikad oleksid. Valmistage niisugune püramiid. — Teie märkate, et teda 4 *täissarnast ühtlast* (külgühtlast) kolmnurka piirab. Kõik tema servad ja joon-nurgad on muidugi



Joonistus 19.

ühesuurused. Silmnähtavalt on ka *kôik tema kahekantsed nurgad isekeskis ja kolmekantsed nurgad isekeskis ühesuurused.* Niisugust kandilist nimetatakse *ühtlaseks kandiliseks*; ja et temal kante just neli on, siis nimetatakse teda **ühtlaseks nelikandiks** ehk võõrakeelse sõnaga **tetraeedriks** (vaata j. 19). — Kandik esitab **ühtlast kuuskanti.** — Paljud ollused kujutavad kristalle, millel ühtlaste kandiliste kuju on. Nii kujutab keedusool kandikukujulisi kristalle, kuld — *ühtlase kaheksakandi* (oktaeedri) kujulisi kristalle. Ühtlane kaheksakant on joonistus 20-dal kujutatud.



Joonistus 20.

Missugusteks kandilisteks võib oktaeedri jaotada?

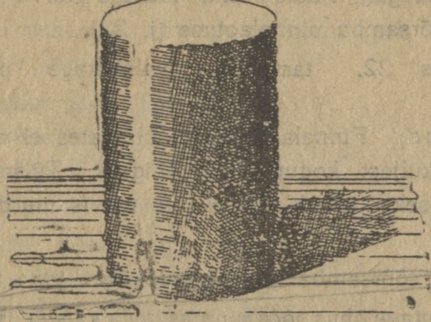
50. Katsuge ühtlase kaheksakandi pinnalaotus valmistada ja see keha paberist kokku kleepida.

§ 2. Höörikud kehad.

Söörsammas.

1. Nüüd tutvustame ennast kehadega, mida kandiliste hulka ei saa arvata: kõige päält **sôôrsamba** ehk **silindriga** (vaata j. 21).

Sôôrsammast piiravad kaks tasast sôôrikujulist alust ja üks kôver küljepind.



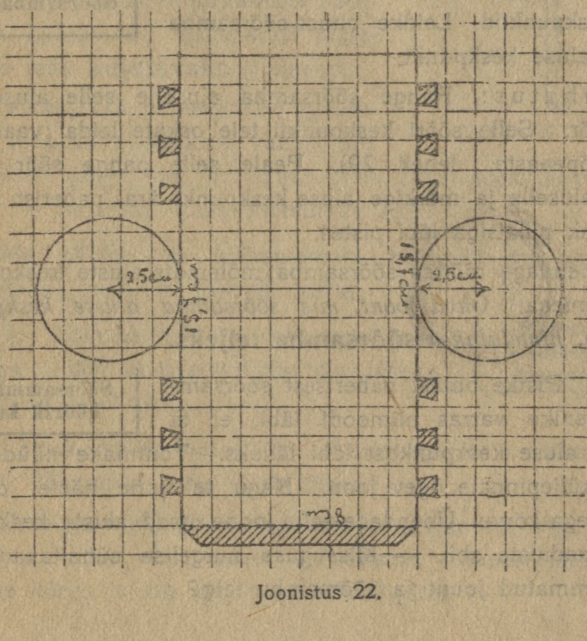
Joonistus 21.

Võrrelge sõõrsamba mõlemaid aluseid nende suuruse ja sihi poolest.

Sôôrsamba alused on teineteisega kôrvu ja ühesuurused.

Sõõrsamba mudeli valmistamine.

2. Keerake sõõrsammas paberisse, ainult tema küljepinda kattes. Alused katke



Joonistus 22.

paberist sõõridega. Pääle selle laotage terve ümbrik laiali. Teie saate sõõrsamba pinnalaotuse (j. 22).

Joonistus 22. tarvitades valmistage paberist sõõrsammas.

Juhatus: Pinnalaotust välja lõigates ei maksa sõõrisid täisnurgelise küljest koguni lahti lõigata. Täisnurgelise juure kokkukleepimiseks jäetud äärt ei ole tarvis murda, vaid ainult liimiga katta.

Katsuge sõõrsamba küljepinnale õgev joon tõmmata.

3. Kujutage õhus sôôrsammas, teda kätega „välja lõigates".

Nimetage sõõrsamba-kujulisi asju (näituseks: hõõrik pliiats, sõõrik kübarakarp, kruus j. n. e.). Nimetage mõned asjad, mille osadel sõõrsamba kuju oleks.

Näidake piiri sõõrsamba aluse ja küljepinna vahel. Miskujuline on see joon? Kas sõõrsambal on joon-nurki? tippusid?

Sõõrsamba telg.

4. Leidke oma sõõrsamba mõlema aluse keskpunktid. Leidke puust sõõrsamba mudeli aluse keskpunkt.

Juhatus: Pange sõõrsamba aluselle selle aluse suurune sõõr. Selle sõõri keskpunkti teie oskate leida (vaata esimene õpeaasta, lehek. 29). Peale selle pange sõõr uuesti samba aluselle ja märkige aluse keskpunkt ära, paberist sõõrist nõela ehk pliiatsiga läbi pistes.

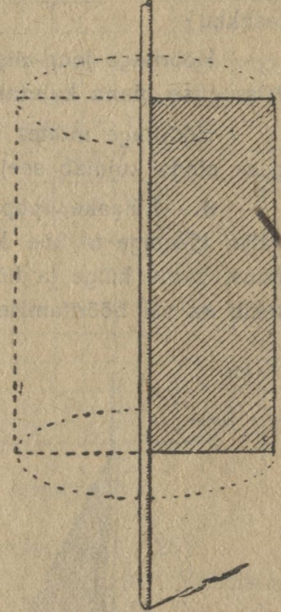
Ühendage mõttes sõõrsamba mõlemate aluste keskpunktid õgva joonega. *Õkva joont, mis sôôrsamba aluste keskpunkte ühendab, nimetatakse* **sôôrsamba teljeks.**

Sõõrsammas on hõõrik keha.

5. Pistke omast paberisest sõõrsambast peenike varras niimoodi läbi, et ta môlema aluse keskpunktist läbi läheks. Tõmmake nüüd sama samba küljepinnale õgev joon. Nagu te kohe näete, on see joon teljega kõrvu. Ühendage selle joone otsad aluste keskpunktidega raadiuste abil. — Missuguse nurgelise sünnitavad need kolm tõmmatud joont ja sõõrsamba telg?

Hööritage nüüd sõõrsambast läbi pistetud varrast näppude vahel ja vaadelge, missuguse käigu teeb selle täisnurgelise iga külg ja iga tipp.

6. Lõigake papist täisnurgeline, kleepige ta ühe küljega peenikese puust varda külge (j. 23) ja hööritage seda varrast õige nobedasti.



Joonistus 23.

Missuguse keha kuju tekitab täisnurgeline selle hööritamise tagajärjel? — Missugune täisnurgelise külg on selle sõõrsamba teljeks? Missugune külg kujutab päälmise aluse? Missugune — alumise? Missugune külg kujutab külgmise pinna? Missugused punktid kujutavad siirud?

Täisnurgelise see külg, mis telje vastas on, kujutab hööritamisel sõõrsamba hõõrpinna; sellepärast nimetatakse teda **kujutavaks** (jooneks).

Võtke tükk pehmet savi ja hööritage teda kahe lauakese vahel, mis teineteisele kõrvu on, üht lauda ühes sihis edasi-tagasi liigutades. — Savitükk võtab sõõrsamba kuju.

Me näeme, et sõõrsammast võimalik on hööritamise abil saada; tema on **höörik keha**.

Sõõrsamba läbilõikamine tasapinnaga.

7. Lõigake mõttes sõõrsammas tasapinnaga nii läbi, et tasapind piki telge läheks. Missugune kuju tekib lõikes?

Lõigake sõõrsammas läbi tasapinnaga, mis alusega kõrvu oleks? Missugune kuju tekib lõikes?

Katsuge nüüd järele, kas teie arvamine on õige, pehmest savist, kartulist ehk muust valmistatud sõõrsammast esiteks aluselle kõrvu ja siis piki telge läbi lõigates.

Mitmesugused küsimused.

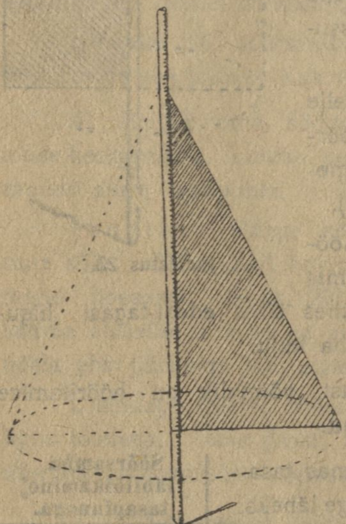
8. Missugune seis on sõõrsamba teljel ja tema aluse mingil raadiusel vastastikku?

Hööritage joon-täisnurka mõttes tema ühe külje ümber. Missuguse pinna kujutab siis selle täisnurga teine külg?

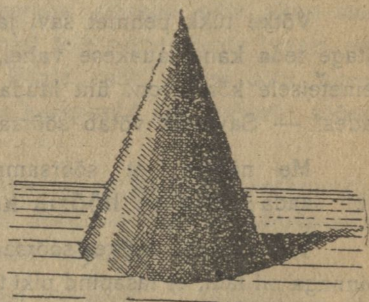
Hööritage mõttes teravat nurka ühe külje ümber. Missuguse pinna kujutab seejuures teine külg?

Kuhik.

9. Lõigake papist täisnurkne △ välja, kleepige ta ühe kateediga peenikese puust varda külge ja hööritage seda nobedasti (j. 24). — Kas tekib ka sel hööritamisel sõõrsammas?



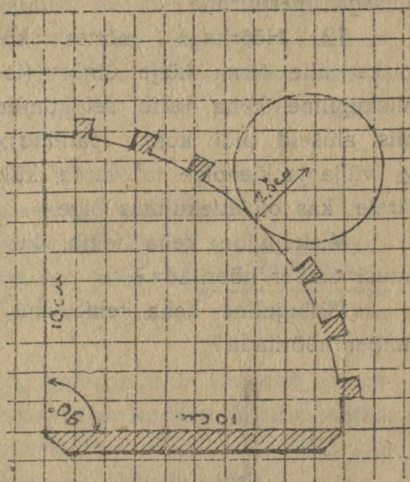
Joonistus 24.



Joonistus 25.

Mitu tasast kanti on tekkival kehal? Mitu kõverat pinda? Keha, mis täisnurkse △-ga ühe kateedi ümber hööritamisel tekib, nimetatakse **kuhikuks**. Siin juures on ka kuhiku mudel (j. 25).

Nii siis: *kuhikut piirab üks tasane sõõrikujuline alus ja üks kõver küljepind, mis ühte punkti koondub, mida* **kuhiku tipuks** *nimetatakse.*



Joonistus 26.

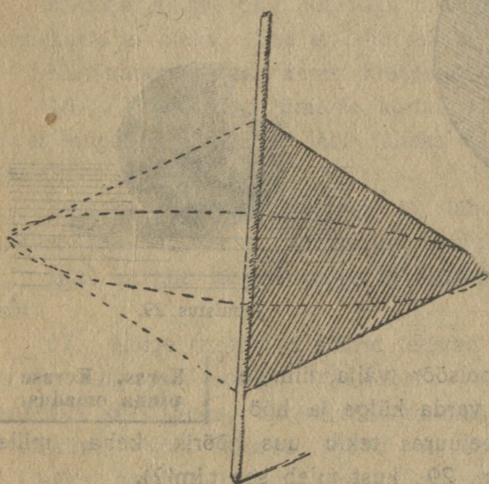
Ka kuhik on höörik keha.

Mida nimetatakse kuhiku teljeks? Mida kujutavaks?

Nimetage mõned kuhikukujulised asjad (näituseks: suhkrupää j.n.e.).

Kust tuleb kuhiku nimi?

Keerake kuhik paberisse (üksnes küljepinda kattes), katke alus paberise sõõriga, lõigake ülearused ääred ära. — Laotage ümbrik laiali. Teie saate kuhiku pinnalaotuse (j. 26).



Joonistus 27.

10. Valmistage paberist kuhik (kuidas pinnalaotust valmistada, võib joon. 26-dal näha).

Tõmmake selle kuhiku küljepinnale mõned kujutavad. — Kas kuhikul on joonnurki?

11. Jaotage kuhik mõttes kaheks osaks tasapinnaga, mis piki telge läheks. Missugune kuju tekib lõikes?

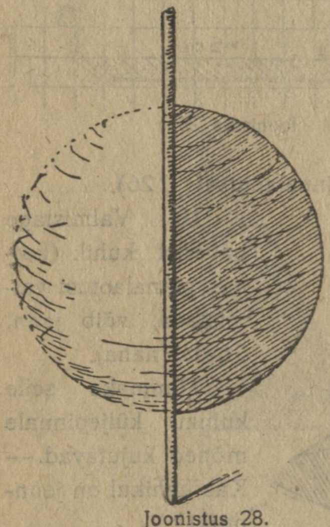
Lõigake kuhik mõttes tasapinnaga läbi, mis alusega kõrvu oleks. Missugune kuju tekib lõikes? Kas on lõike sõõr alusega ühesuurune?

Mõnesuguste kujude hööritamine.

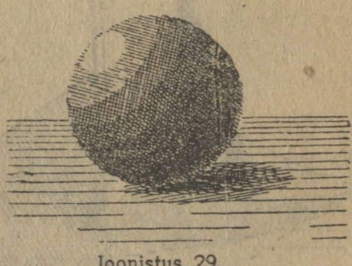
12. Hööritage mõttes külgühtlast △-ka ühe tema külje ümber (joon. 27). Miskujuline keha tekib sel kombel? (kaks ühesugust kuhikut, mis aluseid pidi kokku pandud). Lõigake papist niisugune △ välja ja kleepige ta varda külge; teda hööritades katsuge järele, kas oli ettekujutus õige.

Miskujuline keha tekib, kui täisnurkset △-ka hüpotenuusi ümber hööritada?

Miskujuline keha tekib, kui trapeetsi tema pikema aluse ümber hööritada?



Joonistus 28.



Joonistus 29.

Keras. Kerase pinna omadus.

13. Lõigake poolsõõr välja, liimige ta läbimõõduga puust varda külge ja hööritage (joon. 28). Seejuures tekib uus häörik keha, mille nimeks **keras** on (joon. 29; kust tuleb see nimi?).

Siin on veel mitmed kerased; gloobus, pall . . .

Kerast piirab ainuke kôver pind: temal on igalt poolt vaadates üks ja seesama nägu. — Kerase pinna kujutab poolsõõri läbimõõdu ümber hööritamisel poolsiir; et aga poolsiiru kõik punktid keskpunktist ühevõrra eemal on ja keskpunkt hööritamisel paigale jääb, siis *on kôik kerase pinna punktid ühest seesmisest punktist ühekaugusel. See seesmine punkt nimetatakse* **kerase keskpunktiks.**

Kas kerasel on servi, nurki, tippe?

Nimetage veel mõned kerasekujulised kehad?

Kerase raadius ja läbimõõt.

14. *Õgvik, mis kerase keskpunkti tema pinna mingi punktiga ühendab, nimetatakse* **kerase raadiuseks.** — Missugused on kerase raadiused isekeskis? Mispärast?

Õgvik, mis kerase pinna kahte punkti ühendab ja seejuures keskpunktist läbi läheb, nimetatakse **kerase läbimôôduks.**

Kerase läbimõõt seisab kahest raadiusest koos. Missugused on kerase läbimôôdud isekeskis? Mispärast?

Kerase omadused.

15. Katsuge kerase pinnale õgev joon tõmmata.

Katsuge kerase pind paberiga nii katta, et paber kuskilgi mitmekorra ei oleks. See ei lähe teil korda.

Kas paberiga saab kerast kleepida?

16. Valige hästi ümarik kartul välja, lõigake ta lõhki, nii et nuga keskpunktist läbi läheks. Missugune kuju tekib lõikes?

Lõigake keras tasapinnaga nii läbi, et see mitte keskpunktist läbi ei läheks. Missugune kuju tekib lõikes?

Igal kerase tasapinnaga läbilôikamisel tekib lôikes sôôr.

17. Kõige suuremad sõõrid tekivad kerase läbilôikamisel siis, kui *lôige keskpunktist läbi läheb*; neid sõõre nimetatakse **suurteks sôôrideks.** Suure sõõri raadius on kerase raadiusega ühepikkune. Kõik suured sõõrid on seepärast ühesuurused ja igaüks nendest jaotub kerase kaheks ühesuuruseks osaks, mida **poolkerasteks** kutsutakse.

18. Pange sõõrsammas, kuhik ja keras tasaselle pinnale (lauale ehk põrandalle) ja katsuge neid veerema panna. Missuguses ja mitmes sihis saab igaüks nendest veereda?

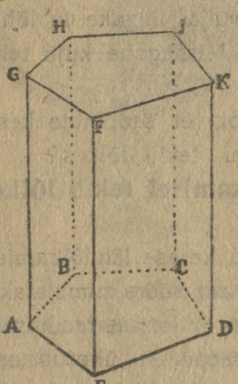
Gloobus.

19. Valmistage savist (seebist, plastiliinist...) võimalikult suur keras. Lõigake ta läbi, lõike tasapinda keskpunktist läbi juhtides. Pange üks poolkerastest nii, et lõike sõõr kaalus ja ülespoole keeratud oleks. Pistke selles seisus poolkerasest raudvarras *loodis* läbi, teda läbi keskpunkti alla juhtides. — Näidake nüüd vardal kerase raadiuse pikkust. Pange mõlemad poolkerased uuesti kokku ja pistke varras siis endises sihis tervest kerasest läbi. — Te saate gloobuse. — Näidake sellel gloobusel nabade (pooluste) poolitajat (ekvaatorit). Tõmmake meridiaanid (pikkusejooned).

20. Suurendage see keras mõttes päratu suureks, . . . maakera suuruseks. — Valige selle maakera pinnal punkt ja näidake, kuidas sellel kohal inimene seisaks, missugune oleks loodi nööri siht, missugune oleks kaalus joone siht.

21. Vaadake igalt poolt oma kerase pääle. Missugune osa tema pinnast on silmale näha?

§ 3. Kehade pinnasuuruse arvamine.



Joonistus 30.

Nurgelise püstsamba pinnasuuruse arvamine.

1. Nurgelise püstsamba ABCDEFGHJK (j. 30) pind seisab koos kahe aluse pinnast ja küljepinnast. Kuidas aluste pinda arvatakse, seda teame juba; kuidas kõige hõlpsam on küljepinda arvata, seda vaatame nüüd.

Küljepind seisab koos üksikute küljekantide pinnast; küljekandid on aga täisnurgelised, millel kõigil aga ühesugune kõrgus on (tähendame selle kõrguse „k-ga), nii et

ABHG pinnasuurus = AB.k
BCJH „ = BC.k
CDKJ „ = CD.k
DEFK „ = DE.k
EAGF „ = EA.k

Terve küljepinna suurus on siis = AB.k + BC.k+GD.k+ + DE.k + EA.k.

Selle asemel, et nurgelise ABCDE kõiki külgi üksikult kõrguse (k) pääle kasvatada ja saadusi kokku arvata, võime korraga nurgelise ABCDE ümbermõõdu k peale kasvatada, nii et

AB.k + BC.k + CD.k + DE.k + EA.k =
= (AB + BC + CD + DE + EA).k.

Kui ümbermõõdu (AB + BC + CD + DE + EA) lühemalt tähe „ü“-ga tähendame, siis saame:

terve küljepind = ü.k.

Küljekandi kõrgus k on ka püstsamba kõrguseks.

Pane meele: *et püstsamba küljepinda ruutsentimeetrites välja arvata, on tarvis aluse ümbermôôtja püstsamba kôrgus* sentimeetrites *ära môôta ja saadud arvud üks teisega kasvatada.*

Lühidalt üteldakse harilikult: *et püstsamba küljepinda välja arvata, on tarvis aluse ümbermôôt sama kôrgusega kasvatada.* Muidugi mõteldakse siinjuures „ümbermõõdu“ ja „kõrguse“ all neid suurusi mõõtvaid arvusid.

2. Kui me püstsamba aluse pinnasuuruse „a“-ga tähendame, kõrguse, nagu varemini, „k“-ga, aluse ümbermõõdu — „ü“-ga, siis on

püstsamba terve pind = 2.a + ü.k.

3. Püstsamba kõrgus on 20 sm., aluse pinnasuurus — 12 ruutsm., aluse ümbermõõt — 14 sm.; arvake tema terve pind välja.

Arvake mitmesugustel püstsammaste mudelitel terve pind välja.

Arvake oma paberise samba terve pinna suurus sentimeetrites välja.

Kõige hõlpsam on seda järgmises korras toimetada:

ühe aluse pinnasuurus		$= (4.4)$ ruutsm. $= 16$ ruutsm.;
mõlema aluse	„	$= 16$ ruutsm. $\times 2 = $ **32 ruutsm.**
ühe külgmise kandi	„	$= (4.8)$ ruutsm. $= 32$ ruutsm;
kõigi külgm. kantide	„	$= 32$ ruutsm. $\times 4 = $ **128 ruutsm.**

Samba terve pinnasuurus $= 160$ ruutsm.

Söörsamba pinna arvamine.

4. Söörsammast võime vaadelda kui püstsammast, millel otsatu palju külgmisi kante on. Aluse siiru pikkus on siis aluse ümbermõõduks, samba kõrgus on kujutava joone ja teljega ühepikkune. — Kui siiru pikkuse „s“-ga tähendame, kujutava pikkuse (söörsamba kõrguse) „k“-ga, siis tuleb söörsamba küljepinda järgmise kava järele arvata:

$$\text{küljepind} = s.\,k.$$

Kui aluse raadius „r“-ga tähendada, siis on $s = 2.\pi.r$,

$$\text{küljepind} = 2.\pi.\,r.\,k.$$

Kui sellele kahe aluse pinnasuuruse, s. o. $2\pi r^2$ veel juure arvame, siis saame

$$\text{söörsamba terve pinnasuuruse } 2\pi r^2 + 2\pi.r.k.$$

5. Arvame selle kava järele söörsamba terve pinnasuuruse välja, kui $r = 5$ sm. ja $k = 20$ sm.

$$2\pi r^2 = 2.3{,}14.5.5 = 157,$$

$$2.\pi.r.k = 2.3{,}14.\,5.20 = 628.$$

Terve pinnasuurus $= 157$ ruutsm. $+ 628$ ruutsm. $=$ $= 785$ ruutsm.

6. Arvake söörsamba terve pinnasuurus välja, kui

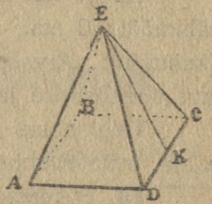
1) $r = 10$ sm., $k = 10$ sm.;
2) $r = 2$ „ $k = 12$ „
3) $r = 4$ „ $k = 1$ m.
4) $r = 0{,}5$ „ $k = 40$ sm.

7. Raudahju kõrgus on 2,5 m., läbimõõt 0,6 m. Kui kalliks läheb selle ahju küljepinna ülevärvimine, kui ruutmeetri suuruse pinna värvimine 1 marga kulu nõuab?

Püramiidi pinnasuuruse arvamine.

8. Püramiidi terve pind seisab koos ühe aluse pinnast ja küljepinnast. Küljepind seisab aga koos üksikute küljekantide pinnast.

Kui püramiid ühtlane on, siis on kõik tema küljekandid täissarnased haruühtlased kolmnurgad. Niisuguse kolmnurga kõrgusejoont EK-d (j. 31) nimetatakse **püramiidi apoteemiks.**



Joonistus 31.

$\triangle$-ga DEC pinnasuurus $= DC \times {}^1/_2 EK$; kui kolmnurkade arv „n" on, siis on terve küljepinna suurus

$$= DC \times {}^1/_2 EK \times n = DC \times n \times {}^1/_2 EK.$$

$DC \times n$ annab aluse ümbermõõdu, mida lühidalt „ü"-ga tähendame; apoteemi (EK) tähendame „t"-ga; nii saame ühtlase püramiidi küljepinna suuruse $= ü.\frac{t}{2}$ ehk ${}^1/_2 ü.t.$

Kui aluse pinnasuurust „a"-ga tähendada, siis saame terve pinna suuruse (P) arvamiseks järgmise kava:

$$P = a + {}^1/_2 ü.t.$$

9. Arvake selle kava järele ühtlase nelinurkse püramiidi terve pinnasuurus välja, kui tema aluse külje pikkus on 8 sm., apoteemi pikkus aga 25 sm..

Arvake mitmesuguste püramiidikujuliste asjade pinnasuurust.

Kuhiku pinnasuuruse arvamine.

10. Kuhikut kui ühtlast püramiidi, millel on otsatu palju külgmisi kante, vaadeldes, katsuge esiteks tema küljepinna ja siis terve pinna suuruse arvamiseks kava leida.

Tähendage aluse raadiuse pikkust „r"-ga, kujutaja pikkust „t"-ga, terve pinna suurust „P"-ga.

Kui õieti harutate, saate järgmise kava:

$$P = \pi . r^2 + \pi . r . t,$$

kus πr^2 aluse, $\pi r t$ aga küljepinna suurust tähendab.

11. Arvake kuhiku terve pinna suurus välja, kui

1) r = 2 sm., t = 12 sm.;
2) r = 5 „ t = 10 „
3) r = 0,25 m., t = 1 m.;
4) r = 1 sm., t = 1 detsim.

12. Poiss valmistas kuhikukujulise tohiku, mille avause läbimõõt 10 sm., kaugus avause äärest kuni tipuni 12 sm. (kujutaja). Arvake välja, mitu ruutsm. tohtu kulus selleks ära, kui ühendamise jaoks 12 ruutsm. juure arvate.

Telgi aluse raadius on 1,5 m., kujutaja 4 m. Arvake välja, mitu ruutmeetrit purjuriiet on tema katmiseks kulutatud.

Kerase pinnasuuruse arvamine.

13. Et kerase pinnasuuruse arvamiseks teed leida, keerame oma valmistatud gloobuse juure tagasi; võtame ta kaheks poolkeraseks; telje juurest alates mähime tema kõverale pinnale korralikult ühtlast nööri. Kui nöör terve kõverapinna kinni katab, märkige selleks tarvis läinud nööri lõpupunkt ära. Kui sama nööriga samal viisil ka poolkerase tasase pinna (suure sõõri) katame, siis näeme, et selleks parajasti kaks korda vähem nööri läheb. Siit järeldame, et poolkerase kõver pind kaks korda suurem on kui suure sõõri pind. Terve *kerase pind* on siis *suure sõõri pinnast neli korda suurem.*

Kui kerase raadiust „r"-ga tähendame, siis on

suure sõõri pinnasuurus $= \pi r^2$,

kerase pinnasuurus $= 4 \pi r^2$.

14. *Näide:* kui kerase raadius 10 sm. on, siis on ta pinnasuurus:

$$4.3{,}14.10.10 = 1256 \text{ (ruutsm.)}.$$

15. Arvake kerase pinnasuurus välja, kui 1) r = 1 sm.; 2) r = 6 sm.; 3) r = 2 m.; 4) r = 2,5 sm.; 5) r = $\frac{1}{10}$ m.

Mitmesugused ülesanded.

16. Poolkerase kujulist katelt on tarvis tinutada. Kui palju läheb see maksma, kui katla avause läbimõõt 40 sm. on ja kui ühe ruutsentimeetri suuruse pinna tinutamine 1 penn maksma läheb?

Kandiku serv on 15 sm. pikk, kerase läbimõõt — 20 sm.; kumma pind on suurem?

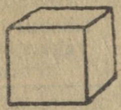
Kandiku pääle on sõõrsammas pandud, selle pääle poolkeras; kandiku serv, sõõrsamba läbimõõt ja kerase läbimõõt on kõik ühepikkused, nimelt 20 sm. igaüks. Terve kokkupandud keha kõrgus on 80 sm.. Arvake tema välimise pinna suurus välja.

§ 4 Kehade koguse arvamine

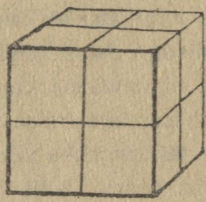
Koguse mõiste.

1. Joonistage niisuguse kandiku pinnalaotus, mille serva pikkus oleks 1 sm.; lõigake ta välja ja valmistage kandik (j. 32).

2. Küsige seltsimeeste käest veel mõned samasugused kandikud ja seadke nendest uus suurem kandik kokku . . .



Joonistus 32.



Joonistus 33.

Mitmest väiksest kandikust saate suurema kokku seada (j. 33)? Kui pikk on selle uue kandiku serv?

Seadke väikestest kandikutest 3-sentimeetrilise servaga kandik kokku. Mitu väikest kandikut läheb selleks tarvis? Kuidas on neid kõige hõlpsam ära lugeda?

Mitu niisugust väikest kandikut läheks tarvis, et suuremat kandikut kokku seada, mille serva pikkus oleks: 1) 4 sm.? 2) 5 sm.? 3) 6 sm.? 4) 10 sm.?

3. Kandik, mille serva pikkus on 3 sm., võtab enam ruumi kui kahesentimeetrilise servaga kandik, ehk, nagu üteldakse — temal on suurem **kogus**.

Mis on suurem: koolitoa kogus või kapi kogus? teie kandiku kogus või kapi kogus? teie kandiku kogus või savikivi kogus? sinu väikse kandiku kogus või seltsimehe käest võetud väikese kandiku kogus?

Kantsentimeeter.

4. *Ühesentimeetrilise servaga kandiku kogust nimetatakse* **kantsentimeetriks**. Kantsentimeeter on koguse mõõt, sest temaga võrreldakse (teiste) kehade kogust. Nii räägitakse: kahesentimeetrilise servaga kandiku kogus on 8 kantsentimeetrit suur jne.

Teised koguse mõõdud.

5. Suuremaid koguseid mõõdetakse kantdetsimeetriga, kantmeetriga jne., vähemaid — kantmillimeetriga.

Missugust kogust nimetatakse kantmeetriks?

Kaevake aias auk maa sisse, mille kogus 1 kantmeeter oleks.

Niiskest mullast valmistage kandikukujuline hunnik, mille kõrgus 1 meeter oleks. Kui suur on selle hunniku kogus?

Mida nimetatakse kantdetsimeetriks? kantmillimeetriks?

Valmistage papist kandik, mille kogus 1 kantdetsimeeter oleks.

Mida nimetatakse kantjalaks? kanttolliks? kantsüllaks?

Täisnurgelise kõrvukantse koguse arvamine.

6. Ühesentimeetrilise servaga kandikutest seadke täisnurgeline kõrvukantne kokku, mille kõrgus 4 sm., laius 2 sm. ja pikkus 3 sm. oleks. — Mitu kandikut läheb tarvis? Kuidas on kõige hõlpsam nende arvu teada saada?

Kui suur on saadud kõrvukülgse kogus?

7. Seadke ühesentimeetrilise servaga kandikutest täisnurgeline kõrvukantne kokku, mille servade pikkus oleks 2, 3 ja 5 sm. Kui suur on saadud kõrvukantse kogus?

Kui palju sarnaseid kandikuid läheb järgmiste mõõdetega kõrvukantsete kokkuseadmiseks tarvis:

1) 4 sm., 3 sm. ja 5 sm.?
2) 2 „ 8 „ „ 10 „
3) 7 „ 7 „ „ 7 „
4) 10 „ 4 „ „ 9 „

Kui suur oleks igaühe kogus?

8. Lõigake kartulist täisnurgeline kõrvukantne välja, mille kõrgus 4 sm., pikkus 3 sm. ja laius 2 sm. oleks, ja lõigake ta ühesentimeetrilise servaga kandikuteks. Kui suur on selle kõrvukantse kogus?

Seadke saadud kandikutest uuesti endiste mõõdetega kõrvukantne kokku.

9. Puust on täisnurgelise kõrvukantse mudel tehtud; tema servade pikkus on: 4 sm., 5 sm. ja 6 sm. Kui suur on ta kogus?

Leidke, mitu ühesentimeetrilise servaga kandikut võib meie ees olevasse karpi mahutada, teiste sõnadega: kui suur on tema kogus?

Me näeme: *et täisnurgelise kôrvukantse kogust kantsentimeetrites välja arvata, on tarvis tema pikkus, laius ja kôrgus sentimeetrites ära môôta ja saadud arvud üksteisega kasvatada.*

10. Kui sentimeetrite arvu pikkuses „p"-ga tähendada, laiuses — „l"-ga, kõrguses „k"-ga, kogust „K"-ga, siis saame järgmise arvamisekava:

$$K = p.l.k.$$

Kasvatamise juures annab „p.l." kõrvukantse aluse pinnasuuruse; kui see aluse pinnasuurus „a"-ga tähendada, (nii et $a = p.l$ oleks), siis saab kava järgmise näo:

$$K = a.k.$$

See kava näitab: *et täisnurgelise kôrvukantse kogust kantsentimeetrites teada saada, on tarvis ruutsentimeetrite arv tema aluses sentimeetrite arvuga kôrguses kasvatada.*

11. Arvamisekava tarvitades arvake täisnurgelise kõrvukantse kogus välja, kui

1) p = 5 sm., l = 1 sm., k = 8 sm.;
2) p = 20 „ l = 10 „ k = 30 „
3) p = 1 m., l = 2 m., k = 1 sm.;
4) p = 1 m., l = 25 sm., k = 50 sm.;
5) p = 2 tolli, l = 4 t., k = 1 jalg.

12. Kuidas võime meie kasti kogust kantdetsimeetrites teada saada?

Tehke seda.

Kuidas saame koolitoa koguse kantmeetrites teada?

Tehke nii.

Kandiku koguse arvamine.

13. Arvake niisuguse täisnurgelise kõrvukantse kogus välja, mille mõõted oleksid 10 sm., 10 sm. ja 10 sm. — Miskujuline on see kõrvukantne? Kandik on täisnurgeline kõrvukantne; sellepärast arvatakse tema kogust samuti, nagu iga teise täisnurgelise kõrvukantse kogust. Et aga kõik kandiku mõõted ühesugused on, siis on tema koguse arvamiseks ainult ühe serva pikkust tarvis mõõta.

Kui kandiku serva pikkus on 3 sm., siis on ta kogus ($3 \times 3 \times 3$) kantsm. = 27 kantsm.

Olgu kandiku serva pikkus „5", kogus K, siis saame arvamisekava:

$$K = 5.5.5, \text{ ehk lühemalt}$$

$$K = 5^3.$$

Koguse mõõtude tabel.

14. Arvake välja, mitu kantsentimeetrit on kantdetsimeetris. Mitu kantdetsimeetrit on kantmeetris? Mitu kantmillimeetrit on kantsentimeetris? — Mitu kantjalga on kantsüllas?

Seadke koguse mõõtude tabel kokku.

Mitmesugused ülesanded.

15. Kirjutage kantmillimeetrites:

1) 5 kantsm.; 2) 10 kantsm.; 3) 555 kantsm.

Kirjutage kantsentimeetrites 1 kantmeeter 444 kantdetsimeetrit.

Kirjutage kantmeetrites 4000 kantdetsimeetrit.

16. Täisnurgelise kõrvukantse mõõted olgu järgmised: 2,4 sm., 4,6 sm. ja 7,1 sm. Arvakem ta kogus välja.

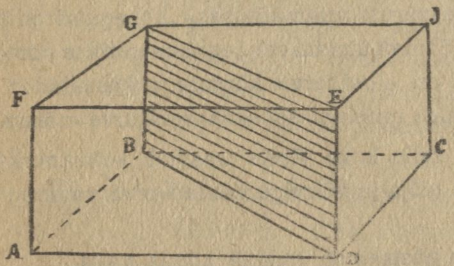
2,4 sm. = 24 mm.; 4,6 sm. = 46 mm.; 7,1 sm. = 71 mm., sellepärast on kogus:

($24 \times 46 \times 71$) kantmm. = 78384 kantmm. = 78,384 kantsm. (78, komma, 384 kantsm.). Kümnendmurdude 2,4, 4,6 ja 7,1 otsekohesel kasvatamisel oleksite samuti 78,384 saanud. Siit näeme, et kui kõrvukantse mõõted ka murdarve annavad, on koguse arvamine ikka samasugune, kui tervetegi arvude juures.

17. Arvake täisnurgelise kõrvukantse kujuliste asjade kogust, nende mõõteid ära mõõtes.

Kolmnurkse püstsamba koguse arvamine.

18. Lõigake kartulist järgmiste mõõdetega täisnurgeline püstsammas: pikkus 4 sm., laius 3 sm., kõrgus 2 sm. Joonistus 34-dal on niisugune püstsammas ABCDEFGJ kujutatud.



Joonistus 34.

Selle püstsamba kogust välja arvata meie oskame, sest ta ei ole ju muud kui täisnurgeline kõrvukantne.

Tema aluse pinnasuurus on (4×3) ruutsm. $=$ 12 ruutsm.

Tema kogus on nimelt (12×2) kantsm. $=$ 24 kantsm.

Nüüd lõigake püstsammas tasapinnaga nii läbi, nagu joonistus 34-dal (tasapind BGED) näidatud. Selle juures saate kaks kolmenurkset püstsammast (joonistusel — ABDEFG ja CDBGJE).

Võrrelge nende kante, servi, joonnurke ja kahekantseid nurki üksteisega. Kujutage ette, et teie joonistusel asuva samba CDBGJE sambale ABDEFG-le sisse mahutate nii, et alus CDB aluse ABD-ga ühte langeks (need alused on ju täissarnased kolmnurgad). Kas langevad siis ka sammaste teised osad kokku?

Me jõuame otsuselle, et mõlemad kolmenurksed sambad täissarnased on.

Me ei kahtle, et nende kogus ühesuurune on.

Sellepärast on selge, et igaühel nendest kogus kaks korda vähem on kui esialgsel täisnurgelisel püstsambal, s. o., kummagi kogus on 12 kantsm.

Kui me saadud kolmenurkse püstsamba alust ja kõrgust esialgse täisnurgelise püstsamba aluse ja kõrgusega võrdleme, siis näeme, et kõrgus mõlematel üks ja seesama on (2 sm.), kolmenurkse samba alus on aga kaks korda vähem kui nelinurkse samba alus (nurkjoon jaotab kõrvukülgse kaheks täissarnaseks △-aks); et kolmenurkse püstsamba kogus aga ka kaks korda vähem on kui nelinurkse püstsamba kogus, siis märkame, et ka kolmenurkse püstsamba koguse arvamiseks kava

$$K = a.k$$

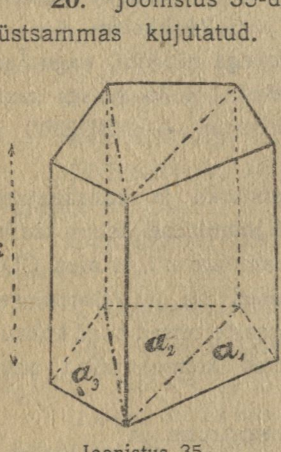
sünnib, kus „a“ aluse pinnasuurust ruutmõõtudes, „k“ aga kõrgust pikkusemõõtudes näitab. Lühidalt üteldakse: „et kolmenurkse püstsambakogust välja arvata, on alust tarvis kõrgusega kasvatada“. „Aluse“ ja „kõrguse“ all tuleb muidugi sellekohaseid arve mõista.

19. Arvake nüüd selle kava järele saadud kolmenurksete püstsammaste kogus välja ja võrrelge saadud arvu varemini saaduga (12 kantsm.).

Arvake kolmenurkse püstsamba mudeli kogus välja.

Teiste püstsammaste koguse arvamine.

20. Joonistus 35-dal on mitmenurkne püstsammas kujutatud. Et teada saada, kuidas niisuguse püstsamba kogust välja arvata, jagame ta mõttes kolmenurkseteks püstsammasteks. Kõigil nendel on üks ja seesama kõrgus, mida „k“-ga tähendame. Esimese kolmenurkse püstsamba aluse pinnasuurust tähendame — a_1, teise oma — a_2, kolmanda oma — a_3, siis on esimese samba kogus



Joonistus 35.

$a_1 \times k$,

teise kogus $a_2 \times k$,

kolmanda „ $a_3 \times k$,

terve viienurkse püstsamba kogus $(a_1 \times k) + (a_2 \times k) + (a_3 \times k)$.

Selle asemel, et iga alust (a_1, a_2 ja a_3) eraldi kõrgusega kasvatada, võime korraga terve aluse, see on $a_1 + a_2 + a_3$ (mida lühidalt a-ga tähendame) k-ga kasvatada. Nii saame arvamisekava:

$$K = a.k,$$

mis tähendab: *et nurgelise püstsamba kogust välja arvata, on tarvis ta alus kõrgusega kasvatada.*

21. Arvake mitmesuguste püstsammaste mudelite kogust.

Sõõrsamba koguse arvamine.

22. Kui me sõõrsammast, nagu varemini, vaatleme kui nurgelist püstsammast, millel on otsatu palju küljekante, siis leiame, et ka *sõõrsamba koguse väljaarvamiseks on tarvis alus kõrgusega kasvatada.* Kui aluse raadiust „r"-ga tähendada, kõrgust — „k"-ga, kogust — „K"-ga, siis saame arvamisekava:

$$K = \pi . r^2 . k.$$

23. Arvake sõõrsamba kogus välja, kui:

1) r = 2 sm., k = 5 sm.;
2) r = 1,5 „ k = $5^1/_2$ „
3) r = 0,5 m., k = 20 „

24. Arvake hööriku raudkangi raskus välja, mille pikkus 2 m., läbimõõt 4 sm. on, kui teada on, et kantsm. rauda 7,8 grammi kaalub.

Püramiidi koguse arvamine.

25. Et püramiidi koguse arvamiseks teed leida, valmistame võrdlemiseks ühesuguse aluse ja ühesuguse kõrgusega nurgelise püstsamba ja püramiidi.

Et meil joonistus 15-da järele valmistatud püramiid juba on, siis valmistame veel samasuguse aluse ja kõrgusega püstsamba; aluse serva pikkus peab temal muidugi 4 sm. olema; et kõrgust teada saada, mõõtke püramiidi kõrgus ära (hoidke püstipandud püramiidi kõrval mõõtpuu püsti*). Sambal jätke üks ots (alus) lahti, samuti lõigake ka püramiidi alus lahti.

*) Et veel täpipäälsemalt toimetada, kujutage täisnurkne △, mille üks kateet 2 sm., hüpotenuus 8 sm. oleks; teine kateet annab siis täpipäält püramiidi kõrguse kui ka (tarvilise sambakõrguse.)

Nüüd täitke püramiid puhta peene liivaga triiki (tasaselt ääreni) ja kallake see liiv sambasse. Korrake sedasama niikaua, kui sammas täis saab. — Teie märkate, et sambasse parajasti kolm püramiiditäit liiva läheb, see tähendab, et püramiidi kogus 3 korda vähem on kui samba oma.

Kui teistsuguse püramiidi ja sambaga, millel ühesugune alus ja kõrgus on, kõike seda kordate, siis märkate sedasama. Siit järgneb: *püramiidi kogus on kolm korda vähem kui püstsamba kogus, millel temaga ühesugune alus ja kõrgus on.*

26. Kui püstsamba aluse pinnasuurus „a" ja kõrgus „k" on, siis on tema kogus K=a.k.

Samasuguse aluse ja kõrgusega püramiidi kogus on kolm korda vähem, s. o.

$$\frac{a.k}{3} \text{ ehk } {}^1/_3 \text{ a.k.}$$

Lühidalt üteldakse: *et püramiidi kogust välja arvata, on tarvis tema alust kõrguse kolmkandikuga kasvatada.*

27. Arvake niisuguse neljanurgelise ühtlase püramiidi kogus välja, mille aluse serva pikkus 5 sm., kõrgus aga 9 sm. on.

Kuhiku koguse arvamine.

28. Kuhiku koguse arvamise tee leiame, kui teda vaatleme kui püramiidi, millel otsatu palju küljekante. Kergesti järeldame siis, et *kuhiku koguse arvamiseks on tarvis tema alust kõrguse kolmandikuga kasvatada.*

Kui kuhiku aluse raadiuse pikkus „r" on, tema kõrgus aga „k", siis on

$$K = \pi.r^2 \times {}^1/_3 k = {}^1/_3 \pi.r^2.k.$$

29. Olgu, näituseks, r=6 sm., k=10 ; siis on

$$K = \frac{3,14.6.6.10}{3} = 376,8 \text{ (kantsm.).}$$

30. Arvake kuhiku kogus välja, kui

1) r=1,5 sm., k=2,0 sm.,
2) r=10 „ k= $8^1/_4$ „
3) r=25 „ k=0,5 „

31. Mitu kantmeetrit on kuhjas heinu, kui kuhja aluse läbimõõt 3 meetrit, kõrgus 5 m. on (mõeldud on, et kuhjal kuhiku kuju on).

Kui palju maksab kuhikukujuline männipuu tüvi, kui tema kõige suurem läbimõõt 0,6 m., kõrgus aga 20 m. on, kui ta kantmeeter läbisegi 18 marka maksab?

Suhkrupää kõige suurem läbimõõt on 15 sm., kõrgus 45 sm. Kui palju kaalub ta, kui kantsm. suhkru raskus 1,7 grammi on?

Kerase koguse arvamine.

32. Meie võime ette kujutada, et keras koos seisab *otsatu hulgast* väikestest püramiididest, millel kõigil tipud kerase keskpunktis koos on, kuna nende alused kerase pinna sünnitavad. Kõrguseks on kõigil kerase raadius. Siit järgneb (võrdle II õpeaasta, sõõri pinnaarvamine), et kerase kogus sama suur on, kui püramiidil, mille alus kerase pinnaga ühesuurune, kõrgus aga kerase raadiuse pikkune on.

Nii siis: *kerase koguse arvamiseks on tarvis tema pinnasuurus raadiusega kasvatada ja saadud arv kolmega jagada.*

On raadiuse pikkus r, siis on kerase pinnasuurus $4.\pi.r^2$, kerase kogus $= 4 . \pi . r^2 \times \frac{1}{3} r . = \frac{4}{3} \pi . r^3$.

Arvamisekava:

$$K = \frac{4}{3} . \pi . r^3.$$

33. Võtke mõõtklaas, kallake temasse vett ja märkige veepinna kõrgus ära. Nüüd hööritage vahast keras, mis väga parajasti klaasi sisse läheks. Kui selle kerase vee sisse vajutate, siis tõuseb mõõtklaasis veepind sel mõõdul, kui palju vett keras välja tõrjub. Väljatõrjutud vee hulk kujutab endisele tasapinnale sõõrsamba, mille kogus kerase kogusega ühesuurune on. — Selle sõõrsamba raadius on teada, mõõtke ainult ta kõrgus ära. Kui seda kõrgust raadiusega võrdlete, siis leiate, et tema $1^1/_3$ raadiusest on.

Kui mõõtklaasi raadiuse, sellega siis ka sõõrsamba ja kerase raadiuse, „r“-ga tähendame, siis on

sõõrsamba aluse pinnasuurus — πr^2,

sõõrsamba kõrgus — $1^1/_3 r = \frac{4}{3} r$,

sõõrsamba kogus ehk kerase kogus — $\pi r^2 \times \frac{4}{3} r = \frac{4}{3} \pi . r^3$.

Niisamasuguse arvu saime ka varemini.

34. Arvame kerase koguse välja, kui tema raadiuse pikkus on 3 sm.

Arvamisekava järele on siis

$$K = \frac{4 \cdot 3{,}14 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}{3} = 113{,}04 \text{ (kantsm.)}.$$

35. Arvake kerase koguse välja, kui tema raadiuse pikkus on: 1) 1 sm.; 2) 10 sm.; 3) 1,2 sm.; 4) 0,3 m.

Arvake kerase koguse välja, kui tema läbimõõt on:

1) 12 sm.; 2) 1 m.; 3) 5 sm.

36. Poolkerase-kujuline katla läbimõõt on 1,2 m.; mitu kantmeetrit vett mahub temasse?

Gloobuse läbimõõt on 45 sm.; arvake tema poolitaja pikkus, pinnasuurus ja kogus välja.

Maakera raadius on umbes 6378 kilomeetrit pikk; arvake ta pinnasuurus ja kogus välja.

Raudkeras seisab kaalus pinnal; tema kõrgus on 12 sm. Arvake välja: 1) kui kaugele jookseb see keras 10 keeruga; 2) kui suur on ta pind; 3) kui suur on ta kogus; 4) kui palju ta kaalub (raud on veest 7,8 korda raskem).

Täiendavad päätükid

§ 5 Graafikud

Ruudulise paberi tähtsus.

1. Me tarvitasime ruudulist paberit teatud suurusega kolmnurkade ja nelinurkade kujutamise puhul, mitmete kehade pinnalaotuse joonistamisel j. n. e., ja teame juba, kui hõlpus on antud eeskuju abil ruudulisele paberille üsna keerulisi kujusid joonistada.

Katsuge joonteta paberille, näituseks, joonistus 8-dal näidatud kuju joonistada. — Kas on seda kerge teha?

Mispärast on aga kujusid kerge ruudulisele paberille joonistada?

Esiteks sellepärast, et sellel paberil hõlpus on rist- ja kõrvujooni kujutada, sest et seesuguseid sääl juba palju valmis on, ja, teiseks, sellepärast, et sellel paberil kerge on ühe punkti seisu teiste punktide ja joontega võrreldes kindlaks määrata.

Vaatleme ligemalt, kuidas seda tehtakse.

Eelharjutused.

2. Võtke igaüks leht ruudulist paberit; leidke kaks ristiolevat äärt, kus joon otse äärekest mööda läheks (kui niisuguseid ei leidu, siis lõigake kaks ülearust äärt kääridega ära), ja pange leht nii oma ette lauale, et üks nendest äärtest pahemalle käele, teine — alla keerduks.

Näidake lehel niisugune punkt, mis pahemast äärest 1 sm. eemal oleks; näidake veel mõned niisugused punktid. — Kus asuvad kõik punktid, mis pahemast äärest 1 sm. eemal on? — Näidake, kus asuvad kõik punktid, mis pahemast äärest 2 sm., 3 sm., 5 sm., 10 sm. eemal on.

Näidake lehel mõned niisugused punktid, mis alumisest äärest 1 sm. eemal oleksid; kus asuvad kõik niisugused punktid? — Näidake, kus asuvad kõik punktid, mis alumisest äärest 2 sm., 4 sm., 8 sm. eemal on.

3. Näidake veel kord, kus asuvad punktid, mis alumisest äärest 1 sm. kaugel on, ja näidake nendest niisugune, mis pahemast küljest 1 sm.; 9 sm.; 3 sm.; 7 sm. eemal oleks.

Näidake, kus asuvad punktid, mis pahemast äärest 3 sm. eemal on, ja valige nende seast see välja, mis alumisest äärest 1 sm., 2 sm., 3 sm., 10 sm. kaugel on.

Näidake punkt, mis pahemast äärest 5 sm., alumisest äärest 8 sm. eemal oleks. Näidake punkt, mis mõlemast äärtest 6 sm. eemal oleks.

4. Näidake punkt, mis eemal oleks:

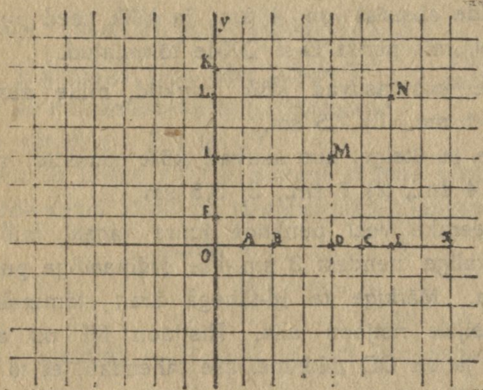
1)	alumisest äärest	4	sm.,	pahemast äärest	7	sm.;
2)	„ „	7	„	„ „	2	„
3)	„ „	10	„	„ „	11	„
4)	„ „	8	„	„ „	20	„
5)	„ „	9	„	„ „	0	„
6)	„ „	0	„	„ „	15	„
7)	„ „	2,5	„	„ „	4	„
8)	„ „	4	„	„ „	4	„
9)	„ „	3	„	„ „	3	„
10)	„ „	2	„	„ „	2	„
11)	„ „	1	„	„ „	1	„
12)	„ „	0	„	„ „	0	„

5. Märkige paberille mõned punktid ja tehke kindlaks, kui kaugel on igaüks nendest alumisest ja pahemast äärest.

6. Valige ligikaudu lehe keskkohal punkt O (j. 36) välja ja tõmmake temast kaalus õgev joon OX ja loodis õgev joon OY läbi. Leidke kaalus joonel punkt A, mis joon OY-ist 1 sm. paremalle poole oleks, punkt B, mis samast joonest 2 sm. paremalle poole oleks.

Abstsiss.

Kaugusi OA-d (1 sm.) ja OB-d (2 sm.) nimetatakse punktide **abstsissideks**; nii on punkt A abstsiss 1 sm., punkt B abstsiss 2 sm., punkt C abstsiss 5 sm. Kui suur on punkt E abstsiss?



Joonistus 36.

7. Leidke joonel OX punktid, mille abstsissid oleksid: 1) 4 sm., 2) 7 sm., 3) 3,5 sm.

Ordinaat.

8. Leidke joonel OY punkt F, mis OX-st 1 sm. ülevalpool oleks; punkt I — OX-st 3 sm. ülevalpool.

Kaugusi OF-i (1 sm.), OI-d (3 sm.) j. n. e. nimetatakse punktide **ordinaatideks.**

Nii on punkt F-i ordinaat 1 sm., punkt I ordinaat — 3 sm., punkt K ordinaat 6 sm.

Kui suur on punkt L-i ordinaat?

9. Leidke OI-il punktid, mille ordinaadid oleksid: 1) 2 sm., 2) 4 sm., 3) 10 sm., 4) 4,5 sm.

10. Märkige joonel OX-il mõned punktid ära ja leidke igaühe ordinaat. Märkige joonel OX-il mõned punktid ära ja leidke igaühe abstsiss.

Abstsisside telg ja ordinaatide telg.

11. Kaalus joont OX-i nimetatakse *abstsisside teljeks,* loodis joont OY-it — *ordinaatide teljeks.*

Punkti koordinaadid.

12. Leidke punkt, mis OY-ist 4 sm. paremalle poole oleks; näidake veel punkt, mis OY-ist 4 sm. paremalle poole oleks; näidake veel niisugune punkt; näidake, kus asuvad kõik niisugused punktid. Kõigi nende punktide abstsiss on 4 sm. ja kõik need punktid asuvad ristjoonel, mis punkt D-st OX-le tõmmatud.

Näidake, kus asuvad kõik punktid, mille abstsiss on: 1) 6 sm., 2) 1 sm., 3) 2,5 sm.

Näidake ja ütelge, kus asuvad kõik punktid, mille *ordinaat* on: 1) 4 sm., 2) 1 sm., 3) 3,5 sm.

13. Keerake veel punktide juure tagasi, mille abstsiss 4 sm. on; valige nendest 3 sm.-lise ordinaadiga punkt välja. Näidake teda. Märkige ta M-tähega ära; tõmmake temast ordinaatide teljele ristjoon alla. Ristjoon MI on abstsisside teljega kõrvu ja on OD pikkune, see tähendab, et ta oma pikkusega punkt M-i abstsissi kujutab; ristjoon MD on ordinaatide teljega kõrvu ja OF pikkune, nii et ta punkt M-i ordinaati kujutab.

14. *Punkt M-i abstsissi ja ordinaati nimetatakse tema koordinaatideks. Punkt O-d nimetatakse koordinaatide alguseks.*

Punkti leidmine koordinaatide järele.

15. Leidke punkt, mille abstsiss 6 sm. ja ordinaat 5 sm. oleks.

Seda toimetage järgmiselt: piki abstsisside telge lugege 6 sm. O juurest alates paremale poole, punkt E-st tõmmake ristjoon üles (ruudulisel paberil on niisugune ristjoon juba olemas) ja temale asetage E juurest alates 5 sm. pikkune õgvik. Punkt N on otsitav. Kuidas võib punkt N-i teistmoodi leida?

16. Tingimisi kirjutatakse punkti koordinaadid klambrites tema nimega kõrvuti, kusjuures abstsiss esimesele kohale asetatakse; nii tähendab kirjutus „punkt M (4,3)“, et punkt M-i abstsiss = 4 sm. ja ordinaat = 3 sm.

17. Märkige omale ruudulisele paberille järgmiste koordinaatidega punktid: punkt P (1,1), punkt R (1,2), punkt S (2,3), punkt T (3,4), punkt U (2,5), punkt V (10,10), punkt Z ($2^1/_2$,3).

18. Kui suur on ordinaat punkt A-l, mis abstsisside teljel asub? Kui suur on ordinaatide teljel asuva punkt I abstsiss?

Punkt D-l on järgmised koordinaadid: (4,0), punkt L-il — (0,5).

Märkige: punkt H (0,8), punkt G (12,0).

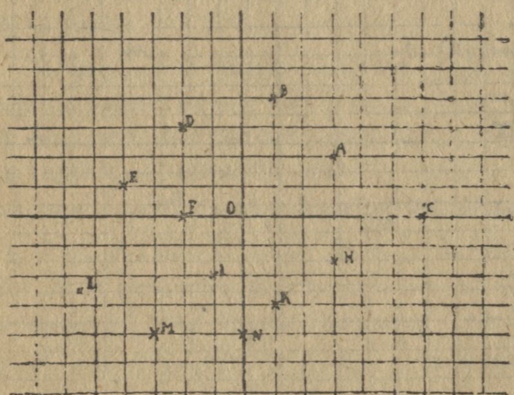
Punkti koordinaatide äramääramine.

19. Joonistage oma lehe teisele küljele uuesti koordinaatide teljed; tähendage neid, nagu varemini: OX ja OY.

Sissepoole nurka XOY-it asetage mõned punktid ja tehke nende koordinaadid kindlaks, järgmist tabelit kirjutades:

punkt A (. . .),
„ B (. . .),
„ C (. . .) jne.

Tehke punktide A, B ja C (j. 37) koordinaadid kindlaks



Joonistus 37.

ja kandke nad oma lehele üle, see tähendab: märkige oma lehele vastavalt samasuguste koordinaatidega punktid.

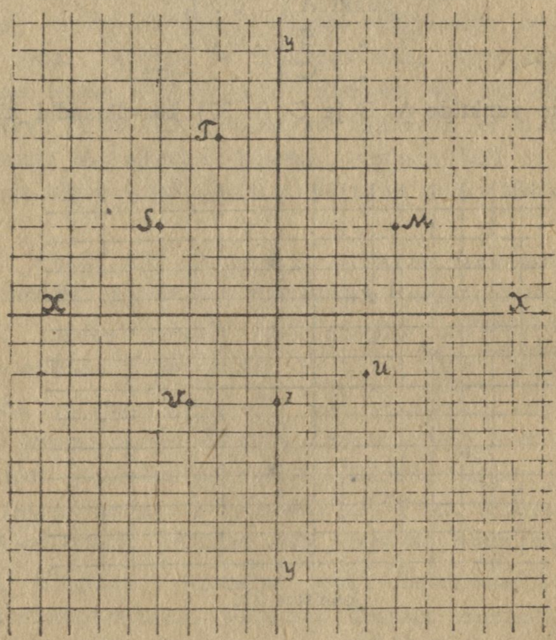
20. Märkige järgmised punktid: N (2,1), P (4,3) ja R (1,4); ühendage nad õkvade joontega ja tehke kindlaks, missugune kuju tekib.

Teiselpool telge asuvate punktide koordinaadid.

21. Siiamaani vaatlesime ainult niisuguste punktide koordinaate, mis mitte abstsisside teljest alamal ega ordinaatide teljest vasemal ei asu. Kas on aga võimalik ka teiste meie lehel asuvate punktide seisukohta koordinaatide abil ära määrata?

On kergesti võimalik. Selleks teeme järgmised tingimused:

1) Vasemal pool OY-it asuvate punktide abstsisside ette kirjutame vahetegemiseks märgi „—" (miinus); nii kirjutame punkt S-i (vaata j. 38) abstsissi järgmiselt: — 4.



Joonistus 38.

2) Allpool OX-i asuvate punktide ordinaatide ette kirjutame vahetegemiseks ka märgi „—", nii et punkt U (j. 38) ordinaat järgmiselt avaldub: — 2.

Sellega kokkukõlas on joonistus 38-dal asuvatel punktidel järgmised koordinaadid: T (— 2,6); S (— 4,3); U (3, —2); V (— 3, — 3); Z (0, — 3).

22. Joonistage uue lehe peale koordinaatide teljed, märkige samale lehele hulgake punkte, tehke igaühe koordinaadid kindlaks je kirjutage väitused, nagu varemini näidatud, tabelisse.

Tehke kõigi joonistus 37-dal tähtedega tähendatud punktide koordinaadid kindlaks ja kirjutage nad üles.

23. Missuguses telgede nurgas asuvad punktid, mille koordinaatidel mõlematel märk miinus ees on? Kus asuvad punktid, millel ainult ordinaat miinusega on? Kus asuvad punktid, millel ainult abstsiss miinusega on?

24. Märkige uuele lehele järgmiste koordinaatidega punktid:

A (—1,—1); B (—2,7); C (3,—5); D (—8,—8); E (0,6); F (0,—6); I (—5,0); K (2,—7½); L (0,11); M (—3,—10); N (—6,6); O (0,0).

Tippude koordinaatide järele kujude joonistamine.

25. Märkige uuele lehele järgmiste koordinaatidega punktid A (—3,—3); B (0,3); C (4,—3); ühendage neid õkvade joonte abil ja tehke kindlaks, missuguse kujuline △ seejuures tekib.

Joonistage △, mille tippudel järgmised koordinaadid oleksid:

1) A (0,0), B (1,3); C (3,1); 2) A (—1,—2), B (—1,2), C (2,—2); 3) A (—3,—4), B (—3,—1), C (3,—2½).

Joonistage △, mille tippudel järgmised koordinaadid on:

A (—6,—4), B (—4,0), C (—2,—4) ja arvake tema pinnasuurus välja.

26. Märkige järgmiste koordinaatidega punktid ära: K (4,4); L (—4,4); M (—4,—4) ja N (4,—4); ühendage nad järjestikku õkvade joonte abil ja tehke kindlaks, missugune kuju seejuures tekib.

Korrake sedasama järgmiste punktidega: P (—4,—5); R (—4,—2); S (—1,—2) ja T (—1,—5).

27. Joonistage täisnurgeline ja leidke tema tippude koordinaadid.

Mitmesugused ülesanded.

28. Märkige järgmised punktid ära: A (—3,3), B (—3,—3), C (—1,3), D (0,—3), E (1,3), F (2,—3); ühendage need punktid järjestikku õkvade joonte abil, vaadelge tähelepanelikult joont ABCDEF, pikendage teda kuuest uuest punktist (J, K, L, M, N ja P) läbi nii, et joone kuju mitte ei muutuks, ja tehke nende uute punktide koordinaadid kindlaks.

29. Ruudulist paberit mööda jooksis kärbes, ja nimelt järgmistest punktidest läbi: A (—5,—2), B (—3,—1), C (—2,0), O (0,0), D (1,1), E (4,2), F (6,2). Joonistage kärbse tee paberille.

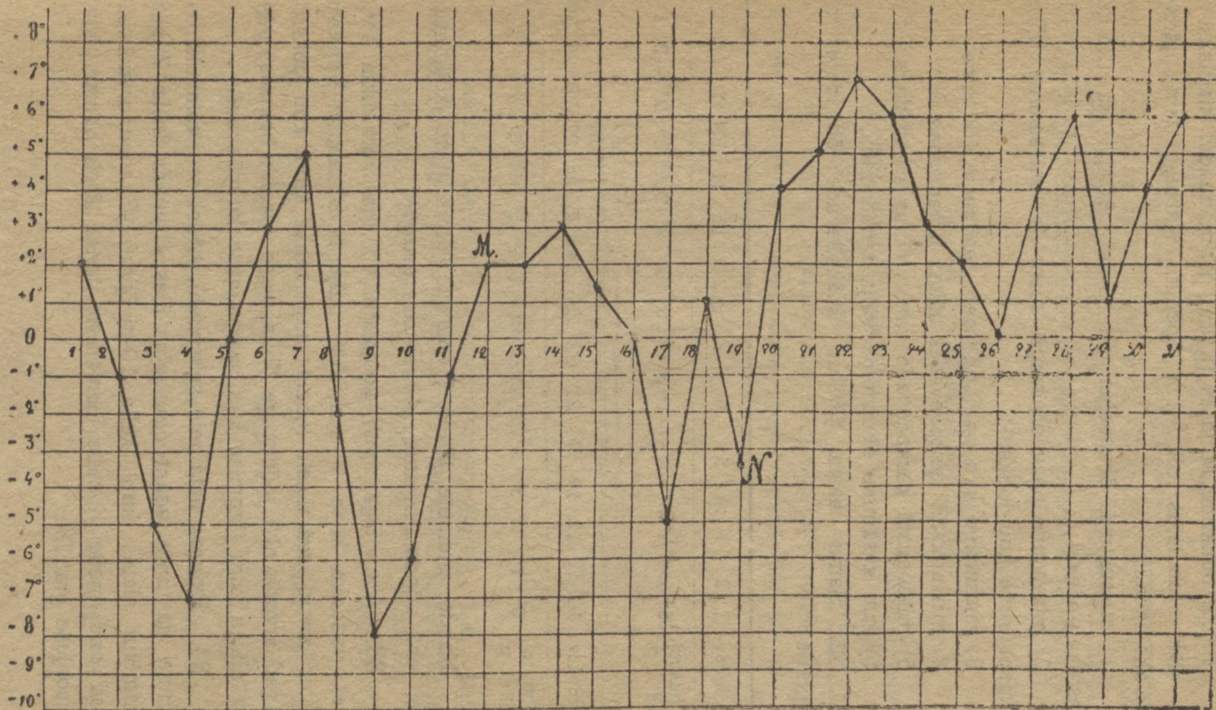
Kuu jooksul olnud õhusoojuse graafik.

30. Keegi tahtis paastukuu õhusoojuse kõikumist nägelikult ette kujutada; seks mõõtis ta igapäev 1-sest kuni 31-se paastukuu-päevani kella ühe ajal päeval õhusoojust ja kirjutas saadud arvud üles; kuu lõpuks sai ta järgmise tabeli:

Kuupäev	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Õhusooj. kell 1 p.	2°	—1°	—5°	—7°	0°	3°	5°	—2°	—8°	—6°	—1°	2°	2°	3°	1 1/2°

Kuupäev	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
Õhusooj. kell 1 p.	0°	—5°	1°	—4°	4°	5°	7°	6°	3°	2°	0°	4°	6°	1°	4°	6°

Nende andmete põhjal sai ta joonistuse 39-nda järgmisel viisil: abstsisside teljele märkis järgemööda kuupäevad (vaata arvud 1—31 joonistus 39-dal), ristjoontele aga asetas vastavate päevade õhusoojuse kraadide arvu (ordinaatidena), soojuse kraadid abstsisside teljest kõrgemalle, külma kraadid — sellest teljest alamalle. (Lühidalt: punktide abstsisse määras päevade arv kuu algusest arvates, ordinaate — kraadiklaasi näitamine.)



Joonistus 39.

Tehke punktide M ja N (j. 39) koordinaadid kindlaks.

31. Joonistus oli väga õpetlik. Katsuge tema järele kindlaks teha:

1) missugune õhusoojus oli 6-dal, 10-dal ja 26-dal paastukuu-päeval;

2) missugune päev oli kõige soem ja missugune kõige külmem terve kuu jooksul;

3) missugune kuu pool oli soem, esimene või teine;

4) missugustel keskpäevadel näitas kraadiklaas 0^0;

5) missuguste keskpäevade vahel näitas kraadiklaas 0^0 ja

6) kuu keskmine õhusoojus välja rehkendada.

32. Sama aasta jürikuu keskpäevade õhusoojus oli järgmine:

Kuupäev	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Õhusooj. kell 1 p.	5^0	5^0	$4\frac{1}{2}^0$	3^0	1^0	$-1\frac{1}{2}^0$	0^0	0^0	0^0	2^0	$2\frac{1}{2}^0$	3^0	2^0	-2^0	1

Kuupäev	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Õhusooj. kell 1 p.	0^0	1^0	4^0	5^0	5^0	$6\frac{1}{2}^0$	7^0	6^0	$6\frac{1}{2}^0$	5^0	4^0	0^0	1^0	4^0	6^0

Nende andmete järele joonistage õhusoojuse kõikumise joon ehk nõndanimetatud *„õhusoojuse graafik"*.

33. Akna taga ripub soojanäitaja; igal hommikul kooli tulles vaadake kella 9 ajal, kui palju ta näitab, ja kirjutage saadud arvud iseäralisele lehele; seda tehke terve kuu jooksul; saadud arvude abil joonistage õhusoojuse graafik homsest päevast alates kuni järgmise kuu samasuguse kuupäevani.

34. Palume neid teie seltsimehi, kellel see võimalik on, homme iga tunni tagant õhusoojus üles kirjutada kella 7-mest hommikul alates kuni kella 10-ni õhtul. Saadud arvud teatavad nad meile ja meie joonistame nende järele homse päeva õhusoojuse graafiku.

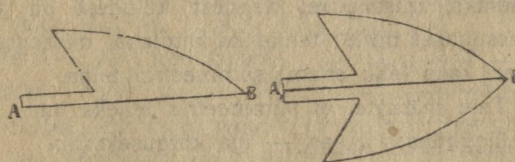
Kehasoojuse graafik.

35. Kellel kodus kehasoojuse mõõtmiseks soojamõõtja on, need kirjutagu täna pärast lõunat iga tunni tagant oma kehasoojus üles ja joonistagu *kehasoojuse graafik.* Seejuures võtke ordinaatideks üle ja alla 37 (loomuliku kehasoojuse) olevate pügalate kümnendikud.

§ 6. Sümmeetria.

Sümmeetriline kuju. Sümmeetria telg.

1. Pange paberileht kahekorra kokku, lõigake temast mingisugune kuju välja (j. 40 AB), nii et kokkumurdmise joon (AB) mitte kõik kuju küljest ära ei eraldu, ja siis laotage paber uuesti laiali (j. 40 A_1B_1).



Joonistus 40.

Saadud **kuju on** kokkumurdmise **joone A_1B_1 suhtes sümmeetriline.** Joont A_1B_1 nimetatakse **sümmeetria teljeks.** Selsamal viisil lõigake ruudulisest paberist mitmed sümmeetrilised kujud välja, tõmmake igaühes sümmetria telg ja kleepige nad kaustikusse.

Mõne kuju sümmeetria teljed.

2. Pange ruuduline paber piki mingit joont kokku ja lõigake täisnurkne kolmnurk välja nii, et üks kateetidest kokkumurdmise joonel asuks; laotage saadud kuju laiali ja tehke kindlaks, mis liiki ta on ja missugune joon sümmeetria teljeks on.

3. Samuti lõigake välja:

1) poolsõõr, tema läbimõõtu piki kokkumurdmise joont juhtides;

2) täisnurgeline, ühte külge piki kokkumurdmise joont juhtides;

3) pool rombi, nurkjoont piki kokkumurdmise joont juhtides; — ja tehke kindlaks, missugust liiki sümmeetriline kuju tekib igal juhtumisel ja missugune joon on igaühes sümmeetria teljeks.

4. Lõigake ruudulisest paberist järgmised kujud välja:

1) külgühtlane △,

2) haruühtlane △,

3) ruut,

4) täisnurgeline,

5) kõrvukülgne,

6) sõõr,

7) poolsõõr,

8) täisnurkne △ ja

9) nürinurkne △, ja neid kahekorra kokku pannes tehke kindlaks, missugusel nendest kujudest on sümmeetria telg ja missugusel mitte; tehke ka kindlaks, missugusel nendest kujudest on kaks (ehk enam) sümmeetria telge.

5. Teie märkate, et sümmeetria teljeks on:

1) külgühtlases △-as — iga kõrgusejoon;

2) haruühtlases △-as — kõrgusejoon;

3) ruudus — iga nurkjoon ja iga õgev joon, mis ruudu keskpunktist läbi läheb ja mingisuguselle küljele risti on;

4) täisnurgelises — ainult õgvad jooned, mis nurkjoonte lõikepunktist läbi lähevad ja mingisuguselle küljele risti on;

5) sõõris — iga läbimõõt;

6) poolsõõris — raadius, mis läbimõõdule risti on;

— kõrvukülgses ja täisnurkses ja nürinurkses △-as ei ole sümmeetria telge.

Peegelkujud.

6. Joonistage sõõr ja tõmmake temasse sümmeetria telg (läbimõõt). Seadke nüüd peegel nii, et ta sõõri pinnale risti oleks ja et ta äär piki sümmeetria telge läheks.

Vaadake sõõri selle osa pääle, mida peegel ei varja, ja tema kujutuse pääle peeglis.

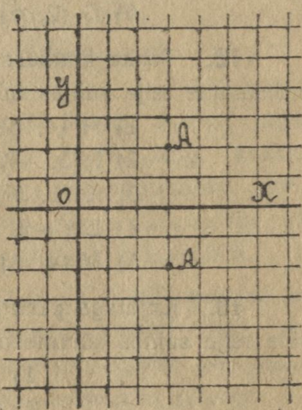
Te märkate, et poolsõõr ja tema kujutus peeglis täielise sõõri sünnitavad. Kuju ja tema peegelkuju sünnitavad (ikka) uue kuju, mis peegli ääre suhtes sümmeetriline on.

7. Pange peegel äärega mitmesuguste kujude vastu — nii et peegli pind nende kujude pinnale risti oleks — ja pange neid sümmeetrilisi kujusid tähele, mida kujud ja nende peegelkujud sünnitavad.

Leidke ümberolevatelt asjadelt hästi palju kujusid, millel sümmeetria telg oleks (nagu: aken, lagi, tahvel, rist, ratas, taime leht jne.).

Sümmeetrilised punktid.

8. Joonistage pliiatsiga ruudulisele paberille koordinaatide teljed, märkige tindiga punkt A (3,2) ja pange joonistus, enne kui tint ära kuivaks, piki abstsisside telge (OX) kokku; punkt A jätab teisele poole abstsisside telge jälje A_1 (j. 41).



Joonistus 41.

Punkte A-d, A_1-t nimetatakse *sümmeetrilisteks* õgva joone OX suhtes. Üleüldse, *kui kaks punkti A ja A_1 on niimoodi asetatud, et nad ühte langevad (kui joonistust mingisugust joont OX-i mööda kokku murda), siis nimetatakse neid punkte A-d ja A_1-t* **sümmeetrilisteks selle joone** *OX* **suhtes.** Joont OX-i nimetatakse **sümmeetria teljeks.**

9. Ühendage punktid A ja A_1 õgva joone abil; joon AA_1 lõikab telje OX mingisuguses punktis läbi, mida M-iga tähendame. — Tehke kindlaks: 1) missugused on jooned AA ja OX oma sihi poolest vastastikku; 2) missugused on isekeskis õgvikud AM ja A_1M.

Sümmeetria telg (OX) *on sümmeetrilisi punkte* (A ja A_1) *ühendavale joonele* (AA_1) *risti ja läheb selle joone keskkohast läbi.*

10. Kujutage veel mõned paarid joone OX suhtes sümmeetrilisi punkte (samale lehele), tehke kõigi punktide koordinaadid kindlaks ja võrrelge neid igas paaris eraldi.

Märkige punkt N (3,2) ja leidke punkt, mis temale sümmeetriline oleks ordinaatide telje OY suhtes.

11. Märkige punktid A (4,5) ja A_1 (4,—5) ja tehke kindlaks, kas nad mitte abstsisside telje suhtes sümmeetrilised ei ole.

Seesama tehke järgmiste punktide kohta selgeks:

1) B (6, $2^1/_2$) ja B_1 (6, —$2^1/_2$);
2) C (—2, 4) ja C_1 (—2, —4);
3) D (0, 5) ja D_1 (0, —5);
4) E (—1, —3) ja E_1 (—1, 3);
5) F (4, 4) ja F_1 (5, —4);
6) G (2, 6) ja G_1 (2, 5).

12. Tehke kindlaks, kas järgmised punktid paaristikku ordinaatide telje suhtes mitte sümmeetrilised ei ole:

1) H (4, 5) ja H_1 (—4, 5);
2) I (3, —2) ja I_1 (—3, —2);
3) K (1, $3^1/_2$) ja K_1 (—1, $3^1/_2$);
4) L (—6, —6) ja L_1 (6, —6);
5) M (4, 3) ja M_1 (—4, 3).

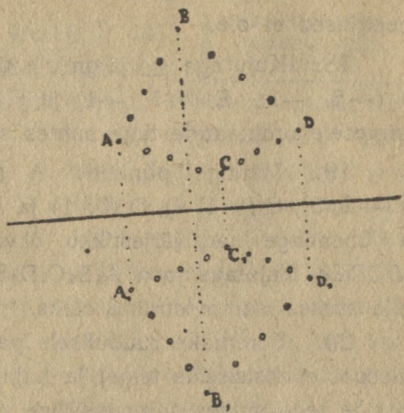
13. Kujutage punktid, mis järgmistele punktidelle abstsisside telje suhtes sümmeetrilised oleksid:

1) A (3, 2);
2) B (4, —2);
3) C (—2, 3);
4) D (—$2^1/_2$, —3);
5) E (0, 5).

Kujutage punktid, mis nendele viiele punktile ordinaatide telje suhtes sümmeetrilised oleksid.

Kaks joone suhtes sümmeetrilist kuju.

14. Pange ruuduline paber mingit joont mööda kahekorra ja pistke temast sirkli teravikuga mõni hulk augukesi läbi, mis mingi kuju sünnitaksid; kui pärast seda paberi lahti võtate, siis võite näha, et **kaks kuju** on tekkinud, *mis* kokkumurdmise **joone suhtes sümmeetrilised on** (j. 42).



Joonistus 42.

15. Ühendage õkvade joonte abil need punktid paaristikku, mis teraviku ühe piste läbi tekkisid. Üks nendest ühendusjoontest, näit. AA_1, lõigaku kokkumurdmise joont punkt „a"-s läbi, teine — BB_1 — punkt „b"-s jne. Kui joonistus uuesti sama joont mööda kokku murda, siis langeb punkt A punkt A_1-ga ühte, B — B_1-ga jne. Õgvik Aa langeb A_1a-ga ühte, Bb — B_1b-ga jne. Me näeme, et *sümmeetria* **telg** (kokkumurdmise joon) *on igale õgvale joonele, mis paaristikku sümmeetrilisi punkte ühendab, risti* (AA_1-le, BB_1-le, CC_1-le jne.) *ja jagab igaühe nendest joontest pooleks* ($Aa=A_1a$, $Bb=B_1b$. . .).

16. *Kui kaks kuju* (ABDC ja $A_1B_1C_1D_1$) *nii asetatud, et nad joonistuse teatud joont mööda kokkupanemisel ühte langevad, siis nimetatakse neid kujusid sümmeetrilisteks selle joone suhtes. Seda joont nimetatakse kujude sümmeetria teljeks.*

Sümmeetria telg on risti igale õgvale joonele, mis sümmeetriliste kujude paaristikku sümmeetrilisi punkte ühendab, ja jagab iga niisuguse joone pooleks.

Silmanähtav on, et *kaks sümmeetrilist kuju on omavahel täissarnased.*

17. Joonistage ruudulisele paberille kolm punkti: A (1,2), B (3,5) ja C (4,1), ja siis kolm punkti A_1, B_1 ja C_1, mis esimestele abstsisside telje suhtes vastavalt sümmeetrilised oleksid; kujutage $\triangle$ ABC ja $\triangle$ $A_1B_1C_1$.

Pange joonistus abstsisside telge mööda kokku ja tehke kindlaks, kas need △-ad abstsisside telje suhtes mitte sümmeetrilised ei ole.

18. Kujutage △ järgmiste tippude koordinaatide järele: D (—5, —1), E (—1, —1) ja F (—4, —6), ja siis △, mis esimesele ordinaatide telje suhtes sümmeetriline oleks.

Sümmeetrilised jooned.

19. Märkige punktid: A (—4, 2) B (—2, 3), C (—1, 4), D (0, 1) ja E (3, 3) ja ühendage nad järjestikku õkvade joontega. Tekib joon ABCDE; kujutage joon $A_1B_1C_1D_1E_1$, mis esimesele abstsisside telje suhtes sümmeetriline oleks.

20. Tõmmake ruudulisele paberille vabal käel kõver joon (ülespoole abstsisside telge) ja kujutage joon, mis temale abstsisside telje suhtes sümmeetriline oleks.

Juhatus: Ülesande täitmiseks on tarvis kõveral joonel mõni hulk punktisid (tähtsamaid — pöördekohtadel) ära tähendada, nendest punktidest abstsisside teljele ristjooned alla tõmmata ja neid teisele poole telge nende igaühe pikkuse võrra pikendada; nende pikenduste otsadest tuleb kõver joon läbi juhtida.

Mitmesugused ülesanded.

21. Lõigake värvilisest paberist kaks täissarnast kolmnurka ja kleepige nad sümmeetriliselt mingi joone suhtes ruudulisele paberille.

Asetage lauale kaks sulge sümmeetriliselt pliiatsi suhtes. — Nimetage looduses kujusid, mis mingisuguste õkvade joonte suhtes sümmeetrilised on.

Sümmeetria tasapind.

22. Asetage mingi asi peegli ette ja vaadelge selle asja ja tema peegelkuju sümmeetrilisust peegli pinna suhtes.

Peegli pind on siin **sümmeetria tasapinnaks.**

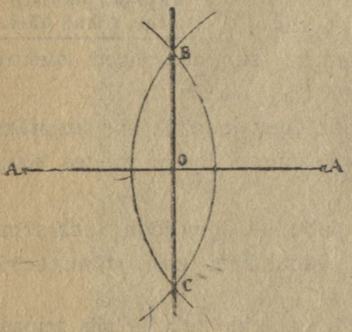
Nimetage veel mõned *kehad*, mis mingi *tasapinna suhtes* sümmeetriliselt asetatud oleksid.

Asetage kaks kandikut sümmeetriliselt paberilehe suhtes. Nimetage asju, millel sümmeetria tasapind oleks.

23. Nimetage inimese keha sümmeetrilisi osasid. Heitke oma käsi mittesümmeetriliselt; sümmeetriliselt.

Punktide sümmeetria telje leidmine.

24. On antud punktid A ja A_1 (j. 43); tõmmake ühe ja sellesama raadiusega A-st ja A_1-st kaared; need kaared lõigaku teineteist punkt B-s ja C-s; pärast seda tõmmake B-st ja C-st õgev joon läbi ja murdke joonistus seda joont mööda kokku. Teie märkate, et punktid A ja A_1 joone BC suhtes sümmeetrilised on. Nii on siis saadud joon BC antud punktide sümmeetria teljeks.



Joonistus 43.

Märkige uus paar punkte ja kujutage nende sümmeetria telg.

25. Pöörakem punktide A ja A_1 (j. 43) juure veel kord tagasi. — Ühendage **A** ja A_1 õgva joone abil. — Missugused on BC ja AA_1 vastastikku oma sihi poolest? — Missugused on AO ja A_1O omavahel?

Jutustage nüüd: 1) *kuidas saab mingit õgvikut sirkli ja joonlaua abil pooleks jagada;* 2) *kuidas saab antud õgviku keskkohast ristjoont läbi tõmmata* (ilma nurklaua ja mallita).

Joonistage külgühtlane ja haruühtlane △ ja tõmmake kummassegi sümmeetria telg.

Sümmeetriline ülekandmine.

26. Joonistage ruudulisele paberille ruut ABCD ja kandke ta teisele kohale üle, nii et punkt A_1 (A omal uuel kohal) A-st 10 sm. kaugel oleks.

J u h a t u s: On tarvis punkt A_1 10 sentimeetri kaugusel A-st ära märkida ja A ja A_1 sümmeetria telg KL tõmmata, ja ruut $A_1B_1C_1D_1$ kujutada, mis ABCD-le telje KL suhtes sümmeetriline oleks.

27. Joonistage ruut ja kandke ta uuele kohale nii üle, et ta keskpunkt 12 sm. edasi nihkuks.

Joonistage △ ABC (ilma joonteta paberille) ja kandke ta uuele kohale sümmeetriliselt nii üle, et ta tipp A mingisse enne valitud punkti A_1-sse üle kanduks.

Sümmeetriliste kujude joonistamine vabal käel.

28. Joonistage ruudulisele paberille △, ruut ja ühtluseta nelinurk, ja siis — vabal käel — kujud, mis esimestele sümmeetrilised oleksid (mingi joone suhtes).

Tõmmake ruudulisele paberille õgev joon; ja siis kujutage vabal käel kaks õkva joont, mis esimese joone suhtes sümmeetrilised oleksid.

29. Tõmmake ruudulisele paberille õgev joon; teda sümmeetria teljeks võttes joonistage vabal käel kaks sümmeetrilist kuju.

Joonistage õhukesele joonteta paberille telg ja siis temast mõlemalle poole vabal käel sümmeetrilised punktid.

Paberit piki telge kokku pannes ja temast vastu valgust läbi vaadates katsuge järele, kas punktid tõesti sümmeetrilised on, ja parandage, kui tarvis.

30. Joonistage telg ja temast mõlemalle poole vabal käel kaks sümmeetrilist õkva joont. Katsuge järele ja parandage, nagu varemini.

Joonistage vabal käel kaks sümmeetrilist kuju; katsuge järele ja parandage.

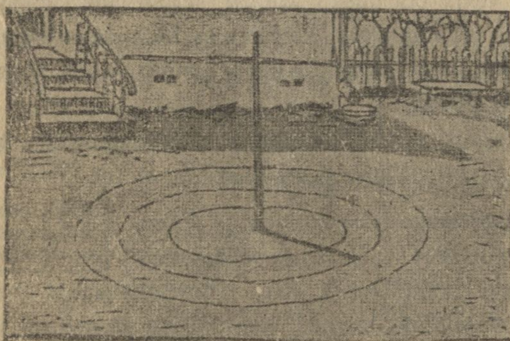
31. Joonistage mingi kuju ABCD ja kandke ta uuele kohale (vabal käel joonistades), punkti A_1 ette välja valides.

Mitmesugused tööd.

32. Seadke tasaselle platsile võimalikult kindlalt 2 meetri pikkune teivas loodis püsti (j. 44). Päikesepaistelisel päeval heidab teivas varju. Sellel ajal toimetame järgmised huvitavad vaatlemised: punkt kell 8 hommikul tähendame kivikesega teiba varju otsa ära, samuti punkt kell 9, punkt 10, punkt 11, otse keskpäeval, punkt kell 1, punkt 2, 3, 4 pääle lõunat.

Nüüd hindame: 1) millal on vari kõige lühem? 2) missugustel tundidel on varjud ühepikkused?

Tõmmake keskpäeva-joon. — Missugused on kell 8 homm. ja kell 4 p. l. tähendatud punktid vastastikku keskpäeva-joone suhtes?



Joonistus 44.

Missugused on keskpäeva joone suhtes punktid, mis tähendatud: 1) kell 9 ja kell 3; 2) kell 10 ja kell 2; 3) kell 11 ja kell 1?

Me näeme, et teiba varju ots päeva jooksul kõvera joone tõmbab, mis keskpäeva joone suhtes sümmeetriline on. Keskpäeva-joon on siis selle kõvera joone sümmeetria teljeks.

Keskpäeva-joone leidmine.

33. Ütleme, et teie teiba varju otsa seisukoha kell 7 hommikul ja kell 5 p. l. ära tähendasite; teisi andmeid ei ole; kuidas saab keskpäeva-joone kätte?

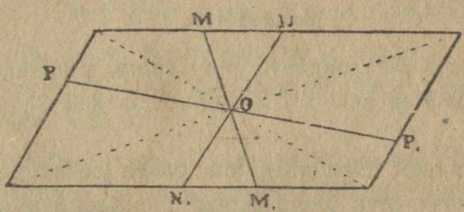
On tarvis tähendatud punktide sümmeetria telg leida, milleks kaugus nende punktide vahel tarvis on pooleks jagada ja jagamisepunkt teiba alusega ühendada. — Mispärast on saadud joon sümmeetria teljeks (keskpäeva-jooneks)?

34. Tõmmake teiba ümber mõned siirud nii, et teivas nende keskpunktis seisaks. Nüüd on kerge varju pikkust tähele panna ja keskpäeva-joont leida ilma kella abita. Katsuge seda silmapilku tabada, millal vari kõige lühem on, ja keskpäeva-joont tõmmata. Seda on raske teha, sest varju pikkus muutub keskpäeva ümber väga vähe. Sellepärast teeme homme järgmise tähelepaneku. Tähendame punkti ära, kus varju ots hommikul mingist siirust läbi läheb (teibale ligenedes), ja pärast lõunat — punkti, kus varju ots uuesti *samast* siirust läbi läheb (teibast kaugenedes). Äramärgitud punktid on keskpäeva-joone suhtes sümmeetrilised, nii et keskpäeva-joon nende vahelt nendest ühekaugusel läbi läheb.

Keskpäeva-joone leiate kätte. . . Ärge unustage kompassi abil oma töö täpipäälsust järele katsuda.

Kaks punkti, mis kolmanda suhtes sümmeetrilised on.

35. Joonistage kõrvukülgne ja tõmmake temas nurkjooned. Nurkjooned lõikavad üksteist mingis punkt O-s (j. 45). Tõmmake punkt O-st mõned õgvad jooned läbi nii, et nad kõrvukülgse külgedeni ulataksid.



Joonistus 45.

Üks nendest lõigaku kõrvukülgse külgi punktides M ja M_1 läbi. — Võrrelge õgvikuid OM ja OM_1-st üksteisega. — Teie märkate, et õgvik MM_1 punkt O-s pooleks jaguneb. Teie märkate, et ka teised õgvikud punkt O-s pooleks jagunevad.

Kahte punkti M-i ja M_1-st, mis punkt O-ga ühel õgval joonel asuvad ja temast ühekaugusel on, nimetatakse **sümmeetrilisteks punkti O suhtes**; *punkt O-d nimetatakse* **sümmeetria keskpunktiks.**

Näidake omal joonistusel mõned O suhtes sümmeetriliste punktide paarid.

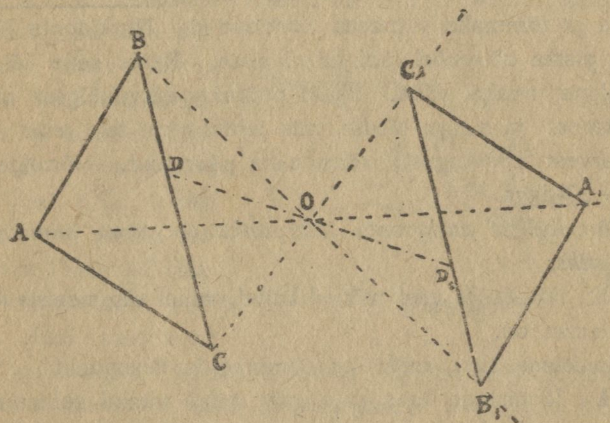
36. Märkige paberille punkt A, tõmmake temast mõned jooned läbi ja tähendage igale joonele kaks punkti, mis A suhtes sümmeetrilised oleksid.

37. Märkige paberille punktid O ja A; võtke punkt O sümmeetria keskpunktiks ja leidke punkt A_1, mis A-le O suhtes sümmeetriline oleks.

Punkti suhtes sümmeetrilised kujud.

38. Joonistage △ ABC; valige temast väljaspool punkt O ja leidke punktid A_1, B_1 ja C_1, mis keskpunkti O suhtes tippudele A, B ja C-le vastavalt sümmeetrilised oleksid.

Punktid A_1, B_1 ja C_1 ühendage õkvade joonte abil (j. 46).



Joonistus 46.

Kolmnurga ABC mingil küljel valige missugune tahes punkt D ja tehke kindlaks, et △-ga $A_1B_1C_1$ vastaval küljel punkt D_1 leidub, mis D-le O suhtes sümmeetriline on.

Kolmnurki ABC-d ja $A_1B_1C_1$-st nimetatakse *sümmeetrilisteks punkt O suhtes.* Üleüldse, *kahte kuju nimetatakse sümmeetrilisteks punkt O suhtes, kui ühe kuju kõik punktid teise kuju punktidelle punkt O suhtes sümmeetrilised on.*

39. Joonistage paberilehele veel △, valige temast väljaspool punkt O ja kujutage uus △, mis esimesele punkt O suhtes sümmeetriline oleks.

Lõigake üks nendest △-adest välja ja võrrelge teda teisega. Korrake sedasama nelinurgaga; kuusnurgaga.

Sümmeetrilised kujud on isekeskis täissarnased.

Joonistage sõõr, ja siis uus sõõr, mis esimesele mingi punkti suhtes sümmeetriline oleks. Korrake sedasama mingi teistsuguse kujuga.

40. Joonistage △, kandke ta teise kohta üle: esiteks sümmeetriliselt mingi õgva joone suhtes, ja siis mingi sellel joonel asuva punkti suhtes.

Võrrelge saadud kolmnurki.

Antud kuju sümmeetria keskpunkt.

41. Kinnitage nõelnööpidega paberileht seinatahvli külge; joonistage lehele kõrvukülgne ja tõmmake viimases nurkjooned. Nurkjoonte lõikepunktist pistke nööpnõel läbi tahvli sisse. Pääle selle lõigake kõrvukülgne noaga välja. Nüüd pöörake kôrvukülgset nööpnõela ümber ja pange tähele, mis juhtub, kui teie teda 180° (pool tervest pöörangust) võrra olete pööranud. Võrrelge ka harjutus 37-daga.

Kôrvukülgse nurkjoonte lôikepunkt on tema sümmeetria keskpunktiks.

42. Nimetage veel mõned kujud, millel sümmeetria keskpunkt olemas on.

Joonistage kuju, millel on sümmeetria keskpunkt.

43. Joonistage kaks kuju, mis mingi punkti suhtes sümmeetrilised oleksid, ja jutustage, kuidas ühte nendest tuleks pöörata, et ta teisega ühte langeks.

§ 7. Loodimine.

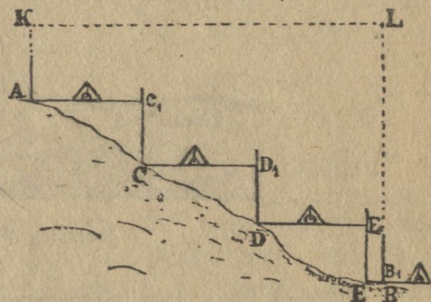
Loodimise tarve.

1. Maapind on harva tasane ja kaalus; sellepärast: 1) on maamõõtmise juures tihti võimatu joonte pikkust maapinda mööda mõõta, vaid tuleb kaugust kahe punkti vahel kaalus sihis arvata; 2) on sagedasti tarvis teada saada, kui palju üks maapinna punkt

teisest kõrgemal asub. Mõlemaid ülesandeid saab **loodimise** abil arendada.

Astmeviisi kaalus sihis kauguse mõõtmine.

2. Kaldpinnal on punktid A ja B (v. j. 47) ära tähendatud; tarvis on teada saada, kui kaugel on üks punkt teisest kaalus sihis. Sellest on tarvis nii aru saada, kui oleks A ja B kohal kaalus joon KL tõmmatud, mõlemast punktist ristjoon (AK ja BL) sellele joonele tõmmatud, ja mõõta oleks tarvis kaalus joone pikkust mõlema ristjoone vahel, see on õgviku KL pikkust. Joont KL'i nimetatakse joone AB **kaalus projektsiooniks**. — Tema mõõtmiseks võtame teatud pikkusega õgva lati AC_1 ühe otsa asetame punkt A-sse ja seame lati kaallaua abil joone AB kohale kaalu; otsa C_1 juure seame õgva lati CC_1 loodis püsti. Lati pikkus annab siis joone AC kaalus projektsiooni pikkuse. Lati paigutame nüüd uude seisu CD_1-sse ja saame CD kaalus projektsiooni . . . Niimoodi *astmeviisi* edasi liikudes saame terve joone AB kaalus projektsiooni pikkuse



Joonistus 47.

$$AC_1 + CD_1 + DE_1 + EB_1 = KL.$$

3. Valige kaldpinnal kaks punkti välja ja mõõtke kaugus nende vahel kaalus sihis ära.

Märkige kaks punkti ära, üks ühel, teine teisel pool küngast. Mõõtke kaugus nende vahel kaalus sihis ära ja ka maapinda mööda. Võrrelge mõlemaid pikkusi.

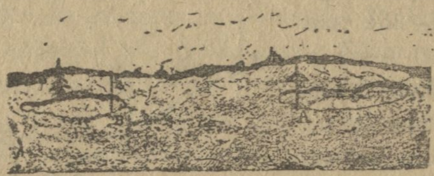
4. Samal astmeviisi mõõtmisel on ka kerge leida, kui palju punkt A punkt B-st (j. 47) kõrgemal on. Selleks on tarvis C-s, D-s j. n. e. loodis püsti seatava lati asemelle mõõtpuu võtta ja tähele panna, kui palju punkt C_1 — C-st, punkt D_1—-st jne. kõrgemal on. Summa $CC_1 + DD_1 + EE_1 + BB_1$ näitab, kui palju A — B-st kõrgemal on.

5. Valige kaks punkti välja ja mõõtke ära, kui palju üks nendest kõrgemal on kui teine.

Valige järve ehk jõe ligiduses punkt välja ja tehke loodimise abil kindlaks, kui palju ta vee pinnast kõrgemal on.

Loodimiseriistade abil loodimine.

6. Ülesanne. Nurmel on kaks loiku (j. 48). Peremees tahab neid ühte lasta. Küsimus on, kumb loik teise jookseks. Selleks on tarvis teada saada, kummas loigus vesi kõrgemal seisab. —



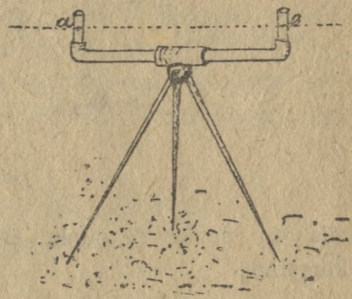
Joonistus 48.

Mõlema loigu ääre seatakse mõõtpuu otse vee ääre loodis püsti. Ühte mõõtpuud vastu pannakse kaallaud nii, et ta alumine äär kaalus oleks. Selle ääre sihis (ab sihis) vaatab üks loodijatest, kuna teine teise loigu ääres seisvat mõõtpuud mööda mingisugust märki (kätt, joonlauda . . .) esimese juhatuse järele üles ehk alla nihutab, kuni see märk joone ab pääle juhtub. Siis vaadatakse mõlematel mõõtpuudel, kui pikk osa mõõtpuud on allpool ab-d. Kui, näituseks, Bb = 1,32 m. ja Aa = 1,51 m., siis on punkt B punkt A-st 19 sm. kõrgemal, sellega siis ka veepind loigus B 19 sm. kõrgemal kui loigus A.

Muidugi ei saa kaallaua abil kaugema maa pääl loodimist toimetada, sellepärast tarvitatakse loodimise juures harilikult iseäralisi loodimiseriistu. Tähtsamad nendest on **vesikaal** ja **loodlatt**.

Vesikaal.

7. Vesikaal (j. 49) seisab koos torust CABD-st, mille otsad AC ja BD on läbipaistvad (klaasist) ja ülespoole keeratud. Toru on iseäralisele jalale asetatud. Selle riista tarvitamise juures kallatakse torusse harilikult vesi, mis mõlemas üleskeeratud otsas alati ühekõrgusel seisab. Mõlema toruotsa veepinnast läbitõmmatud joon on tingimata kaalus.

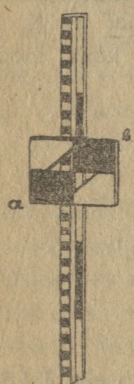


Joonistus 49.

Vesikaalu asemel tarvitatakse tihti riista, milles veega toru asemel pikksilm on. Ta tuleb aga väikse vesikaalu abiga kaalu seada.

Loodlatt.

8. Vesikaaluga maapinna loodimisel tarvitatakse iseäralist loodlatti (j. 50). See on õgev laud, millel sentimeetritesse ehk tollidesse jagamine selgesti näha on. Iga 10 sentimeetri tagant on detsimeetrid ära tähendatud (ehk iga 12 tolli tagant jalad). Tihti on selle lauaga ühenduses veel tahvlike ab, mida kergesti lauda mööda üles-alla saab liigutada. Tahvlikese keskpunkti o-d nimetatakse *märgiks*.



Joonistus 50.

Loodimine vesikaalu ja loodlati abil. Loodimine otsast.

9. Olgu tarvis teada saada, kui palju punkt A punkt B-st kõrgemal ehk madalamal on (j. 51).

Selleks asetame ühe punkti — näituseks A — kohale vesikaalu, kuna keegi punkt B-s loodlati loodis püsti seab ja meie juhatuse järele tahvlikest üles ehk alla liigutab, kuni märk o a ja b-ga ühele õgvale joonele asub. Selle järele vaadatakse loodlatil järele, kui kõrgel on märk o maapinnast. Olgu Bo = 2,74 m., kuna vesikaalu kõrgus, näituseks, 1 m. on;

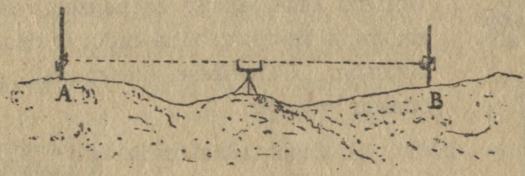
Joonistus 51.

siis on punkt A punkt B-st 2,74 m. — 1 m. = 1,74 m. kõrgemal.

10. Valige kaks punkti välja ja leidke, kumb nendest ja kui palju teisest madalamal on (kui vesikaalu ei ole, siis tarvitage kaallauda, nagu harj. 6-das juhatatud).

Loodimine keskelt.

11. Veel hõlpsam on loodimine keskelt. Olgu tarvis teada saada, kumb punktidest, kas A või B, ja kui palju teisest kõrgemal on (j. 52). Asetame vesikaalu mõlemate punktide vahele, kuna loodlatt kordamööda punkt A-s ja B-s püsti seatakse.



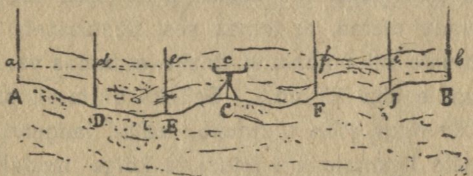
Joonistus 52.

Kui märk O punkt A kohal maapinnast, näituseks, 1,15 m. kõrgusel ja B kohal 1,63 m. kõrgusel vesikaalu joonel oli, siis on punkt A 1,63 m. — 1,15 m. = 0,48 m. = 48 sm. B-st kõrgemal. Missugune vesikaalu kõrgus on, see ei lähe meile selle loodimise juures midagi korda, sellepärast et ta mõlemate vaatlemiste juures muutmata jääb.

12. Kaks punkti on üksteisest õige kaugel. Et teada saada, kui palju üks nendest teisest kõrgemal on, jagage kaugus nende vahel mitmeks osaks ja toimetage järgemööda mitu korda loodimist keskelt.

Maakoha profiili joonistamine.

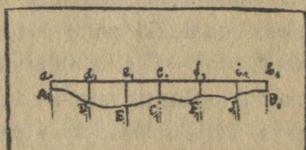
13. Ülesanne: *Joonistage joone AB* (joonistus 53) *sihis maakoha profiil,* teiste sõnadega: joonistage kõver joon, mis taoline oleks joonele, mis siis tekiks, kui maakoht AB sihis loodis tasapinnaga



Joonistus 53.

läbi lõigata. Niisugune joon näitab selgesti, kuidas maapind selles sihis tõuseb ja langeb.

Selle ülesande arendamiseks tähitsetakse A ja B vahele õgev joon; asetatakse vesikaal selle joone mingi punkt C-sse ja mõõdetakse selle joone võimalikult paljude punktide A, D, E, F . . . kõrgust vesikaalu vaatejoone ab-ga võrreldes. Ühtlasi mõõdetakse ka üksikute punktide vahe kaalus sihis (ad, de, ef jne.) ära. Niimoodi saadud andmeid on profiili joonistamiseks küllalt. Paberille tõmmatakse nüüd joon A_1B_1, (joonistus 54), mis vesikaalu vaatejoont kujutaks; sellele joonele paigutatakse teatud lühendatud mõõdus kaalus kaugused ad, de, ef jne. Punktidest a_1, d_1, e_1, c_1, f_1, i_1, b_1 tõmmatakse a_1b_1-le ristjooned. Nendele ristjoontele asetatakse joonest a_1b_1-st allapoole sellessamas lühendatud mõõdus järgemööda loodimisel leitud kõrgused Aa, Dd, Ee, Cc, Ff jne. Niimoodi saadud punktidest A_1, D_1, E_1 j.n.e. tõmmatakse kõver joon läbi. See kõver joon



Joonistus 54.

$A,_1D_1,E_1,C_1,F_1,J_1,B_1$ näitabki maakoha pinna kõverust AB sihis, ja seda täpipäälsemalt, mida tihedamalt on punktid võetud, mille kõrgust mõõdetakse.

Niisugust profiili joonistamist on näituseks raudtee ehitamise juures tarvis ja põllutöös — maa torupanemisel.

4. Minge põllule ja tähitsege sääl jooned ära, mille sihis põhjavee torud maa sisse tuleks panna (ehk lahtine kraav kaevata). Pääle selle valmistage kõigi nende joonte sihis põllu profiil ja arvake välja, kui sügav peab igas looditud punktis kaevatav kraav olema, et temas vesi ühetasaselt langeks ja et toru maapinnale nii ligidale ei tuleks, et temas vesi ära külmaks (ligikaudu mitte alla 75 sm.). Selleks on tarvis profiilile kraavi põhja kujutav õgev joon tõmmata, teatud langemisega (üks ots kaalus joonele ligemale kui teine) ja kõige madalamatest profiili punktidest tarviliselt kaugelle. Muutuv vahe profiili joone ja kraavi põhja joone vahel näitab teatud lühendatud mõõdus kraavi muutuvat sügavust terve sihi ulatusel.

§ 8. Plaanide valmistamine.

Plaanide tarve.

1. Et maatükist selget pilti saada, tema kujust kui ka suurusest, ilma et tarvis oleks alati maatükki ennast mõõtma hakata, et võimalik oleks maatükki enne paberil tarvilisteks osadeks jagada ja siis need osad väljal ainult välja mõõta, kõige selle jaoks on tarvis maatüki **plaan** valmistada. Et plaan maatüki kujust pildi annaks, selleks peab ta niisugune kuju olema, mis maatüki kuju taoline on; et plaan maatüki ja ta osade suurust näitaks, selleks peab ta teatud mõõdu järele valmistatud olema. Plaan on alati maatükist vähem, kuid tal on samasugune kuju; tema nurgad on maatüki nurkadega ühesuurused, küljed on maatüki külgedega vahekordühtlased.

Üleüldine plaani valmistamise viis.

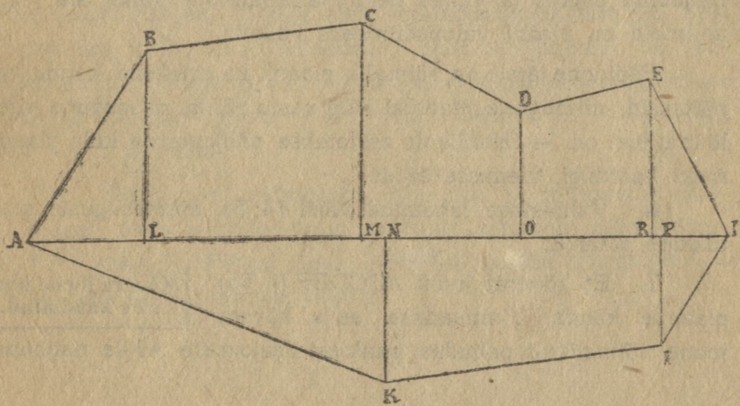
2. Kõigest sellest järgneb, et maatüki plaani samuti valmistatakse, kui antud

kujule taolist kuju (vaata II kooliaasta, § 6, harj. 26). Kui maatükk nurgeline kuju on, siis on tarvis ühest tema tipust nurkjooned tõmmata, kõik ta küljed, nurkjooned ja nurgad ära mõõta ja nende andmete järele teatud lühendatud mõõdus taoline kuju valmistada.

3. Sellel teel valmistage kooli õue, kooli aia plaan.

Plaani valmistamine mõõtpaela ja ekkeri abil.

4. Tihti tarvitatakse plaanide valmistamisel järgmist viisi. Tähitsetakse maatüki kõige pikem nurkjoon AF (vaata j. 55) ära ja tõmmatakse



Joonistus 55.

sellele nurkjoonele kõigist nukkidest, pääle A ja F, ristjooned BL, CM, KN jne. alla. Mõõdetakse kõik ristjooned ära, samuti ka AF osad ristjoonte vahel. Nende andmete järele on väga kerge plaani valmistada.

Selleks joonistatakse teatud lühendatud mõõdus õgvik af, mis AF-ile vastaks; sellele asetatakse samas mõõdus õgvikud AL, LM, MN jne. Punktidest l-ist, m-ist, n-nist jne. tõmmatakse ristjooned üles, milledele jälle samas mõõdus õgvikute LB, MC, NK jne. pikkus asetatakse. Kui punkte a, b, c, d, e, f, i ja k-d järjestikku õkvade joonte abil ühendada, siis tekibki nurgeline a b c d e f i k, mis A B C D E F I K taoline on, sellega — maatüki plaaniks on.

Nagu juba teame, nimetatakse joont AF-i *magistraaliks* ehk *pääjooneks* (võrdle 55).

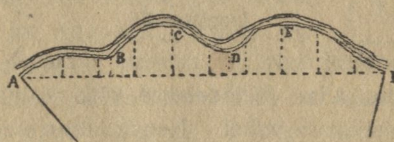
5. Magistraaliks ei tarvitse (ja ei saagi) alati nurkjoon olla. Tihti tarvitatakse pääjooneks ka joont, mis antud kuju ainult läbi lõikab ehk ka koguni antud kujust väljaspool asub. Nii, näituseks, ei saa mitte maja aluse plaani valmistamisel nurkjoon magistraaliks olla. Niisugusel korral tõmmatakse mingi õgev joon ja tõmmatakse võimalikult kõigist punktidest, mida tarvis plaanile kanda, sellele joonele ristjooned alla. Mõõdetakse nende ristjoonte pikkus ja vahed nende aluspunktide vahel ära; neid andmeid on plaani valmistamiseks küllalt.

Pääjoone järele on võimalik plaanil ka märkisid kanda, mis näitaksid, missugune maatüki külg vastu põhja, missugune vastu lõunat jne. on. — Harilikult asetatakse põhjapoolne külg plaanil, nagu kaardilgi, ülemisse äärde.

6. Valmistage juhatatud viisil (4; 5) mitmesuguste maatükkide plaanid.

Kõvera joone plaanile kandmine.

7. Et kõverat joont ABCDEF (j. 56) plaanile kanda, tõmmatakse selle kõvera joone võimalikult paljudest punktest peajoonele AF-le ristjooned



Joonistus 56.

alla; mõõdetakse nende ristjoonte pikkus kui ka vahe nende aluspunktide vahel ära. Leitud pikkused kantakse antuda mõõdus plaanile; pärast seda ei ole mitte raske ristjoonte otsadest küllalt õigelt ABCDEF taolist kõverat joont plaanile tõmmata.

8. Valmistage väikese niidu plaan.

Valmistage oja, järve ehk jõe ääres asuva maatüki plaan.

Mensuli abil plaani valmistamine.

9. Teistest plaani valmistamise viisidest vaatleme veel ainult ühte. Nimelt on mensuli abil (võrdle I kooliaasta, § 5, 40) sagedasti õige kerge plaani valmistada. Näituseks järgmiselt.

Maatüki keskel valime mingi punkti O välja, kust kõik selle maatüki tipud näha on (tarvilisel korral pannakse nendesse tippudesse tähised püsti). Selle punkti kohale asetatakse mensulilaual asuva lehe punkt o. Punkt o-st tõmmatakse jooned oa, ob, oc, od jne. läbi, mis vastavalt maatüki tippude A, B, C, D jne. poole sihivad. Pääle selle mõõdetakse õgvikud OA, OB, OD jne. ära ja kantakse lühendatud mõõdul joontele oa, ob, oc, od-le jne. Punktid a, b, c, d jne. ühendatakse järjestikku üksteisega õkvade joonte abil. Kuju abcd . . . ongi kuju ABCD . . . plaaniks.

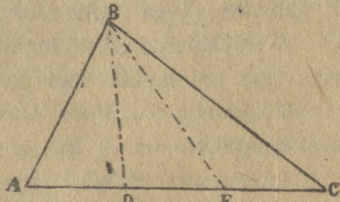
10. Sellel viisil valmistage mitu ühe ja sellesama maatüki plaani, ühes ja sellessamas mõõdus mensulit mitmes kohas üles seades. Pärast seda võrrelge saadud plaanisid. — Nemad peavad täissarnased olema.

§ 9. Kujude tükeldamine.

△-ade tükeldamine.

1. E s i m e n e ü l e s a n n e: *Tükeldage △ ühesuurusteks osadeks ühest tipust väljaminevate õkvade joonte abil.*

Olgu antud △ ABC (j. 57) ja olgu tarvis teda, näituseks, kolmeks ühesuuruseks osaks jagada joonte abil, mis B-st välja lähevad.



Joonistus 57.

Külje AC jagame kolmeks ühepikkuseks osaks. Jagamisepunktid D ja E ühendame tipu B-ga. △-ad

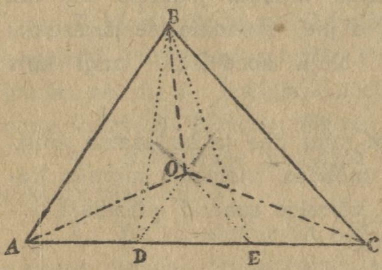
ABD, DBE ja EBC on ühesuurused, sest nendel on ühesugused alused ja ühesugune kõrgus.

2. Tükeldage antud △ näidatud viisil 5-eks ühesuuruseks osaks.

Kujutage △, mis antud △-ast 2 korda suurem oleks.

3. Teine ülesanne. *Tükeldage △ kolmeks ühesuuruseks osaks joonte abil, mis △-ga sees asuvast punktist välja lähevad.*

Olgu antud △ABC (j. 58). Tükeldame ta esiteks kolmeks ühesuuruseks jaoks, nagu eelmises ülesandes. Pääle selle tõmbame punkt D-st AB-le kõrvujoone, punkt E-st aga CB-le kõrvujoone. Mõlemate nende joonte lõikepunkti △ ühendame kolmnurga tippudega. △-ad ABO, BCO ja ACO on ühesuurused, ja ülesanne on arendatud.



Joonistus 58.

Tõendus. △ ABD ja △ ABO on ühesuurused, sest mõlematel on ühine alus ja ühesuurune kõrgus; △ABD on oma pinna poolest $^1/_3$ antud kolmnurgast; nii on siis ka △ABO $^1/_3$ antud △-ast.

Samuti tõendame, et △BCE ja △BCO on ühesuurused ja et △BCO ka pinna poolest $^1/_3$ antud △-ast on. △ABO ja △BCO sünnitavad pinna poolest kokku $^2/_3$ antud △-ast; nii jääb siis △-ga ACO jaoks ka $^1/_3$ antud △-ast.

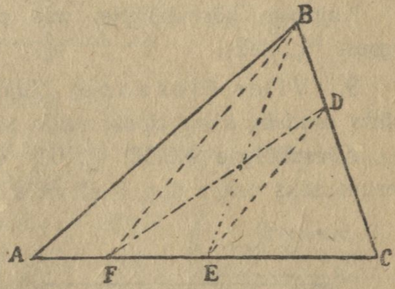
4. Näidatud viisil jagage antud △ 6-eks ühesuuruseks osaks (iga kolmandik veel pooleks).

Tükeldage △ 5-eks ühesuuruseks osaks joonte abil, mis ühest punktist, mis △-ga sees on, välja lähevad.

Juhatus: Esiteks jagage △ 3 osaks (nagu II ül.), siis iga osa 5-ks (nagu I ülesand.); kõik saadud osad (15) ühendage kolmekaupa kolmnurkadeks ja nelinurkadeks.

5. Kolmas ülesanne: *Tükeldage antud △ kaheks ühesuuruseks osaks ôgva joone abil, mis tema küljel asuvast antud punktist läbi läheks.*

Olgu antud △ABC ja punkt D tema küljel BC-l (j. 59). Ühendame külje AC keskkoha E tipu B-ga. Sellega tükeldame antud △-ga kaheks ühesuuruseks osaks (I ülesanne). Nüüd ühendame E antud punkt D-ga. △-ga BDE moondame teistsuguseks, kuid temaga ühesuuruseks △-gaks. Selleks tõmbame tipp B-st DE-le kõrvujoone BF-i ja kanname △-ga tippu punkt F-isse üle. Nii saame △BDE asemelle △-ga DFE,



Joonistus 59.

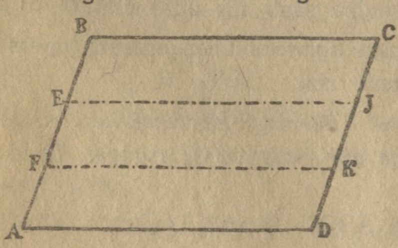
sellega siis △BEC asemelle temaga ühesuuruse △-ga DFC. △BCE on $^1/_2$ △ABC-st, sellega on siis ka △DFC pool antud △-gast. Joon DF tükeldabki antud △-ga kaheks ühesuuruseks osaks, nagu ülesanne nõuab.

6. Joonistage mõned △-gad ja tükeldage nad näidatud viisil.

Kôrvukülgsete tükeldamine.

7. Neljas ülesanne: *Tükeldage kôrvukülgne ühesuurusteks osadeks ôkvade joonte abil, mis mône küljega kôrvu oleksid.*

Olgu antud kõrvukülgne ABCD (j. 60) ja olgu teda tarvis kolmeks ühesuuruseks osaks jagada joonte abil, mis külje BC-ga kõrvu oleksid.



Joonistus 60.

Jagame küljed AB ja DC — kummagi 3-meks ühepikkuseks osaks ja ühendame vastavad jagamisepunktid, jooni EJ-i ja FK-d tõmmates.

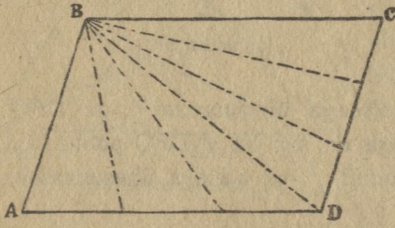
Kujud BCJE, EJKF ja AFKD on kõik kõrvukülgsed (tõendage seda tegelikult), on kõik täisühtlased (jutustage, kuidas tuleks üks nendest teisele pääle panna ja mispärast nad ühte langeksid), sellepärast ka ühesuurused.

8. Tükeldage kõrvukülgne 4-jaks täisühtlaseks kõrvukülgseks, kõiki külgi pooleks jagades.

Kujutage kõrvukülgne, mis pinna poolest antud kõrvukülgsest $^2/_3$ oleks.

9. Viies ülesanne: *Tükeldage kõrvukülgne ühesuurusteks osadeks ühest tipust välja minevate õkvade joonte abil.*

Kõrvukülgne ABCD (j. 61) on tarvis, näituseks, 6-eks ühesuuruseks osaks tipp B-st välja minevate joonte abil jagada.



Joonistus 61.

Selleks tõmbame esiteks nurkjoone BD; see jagab kõrvukülgse kaheks ühesuuruseks △-gaks. Mõlemad kolme nurgad jagame nüüd 3-eks ühesuuruseks osaks (nagu I ülesandes) B-st välja minevate joonte abil. Sellega on terve kõrvukülgne kuueks ühesuuruseks osaks tükeldatud.

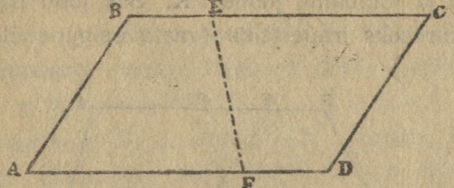
Tähendus: Kui antud arv paaritu, näituseks 5, on, siis on tarvis kõrvukülgne 10-neks osaks tükeldada ja osad kahekaupa ühendada. Osade hulka saab siis üks nelinurk.

10. Tükeldage antud ruut kolmeks ühesuuruseks osaks ühest tipust välja minevate joonte abil.

11. Kuues ülesanne: *Tükeldage kõrvukülgne kaheks ühesuuruseks osaks õgva joone abil, mis küljel asuvast antud punktist läbi läheks.*

Olgu antud kõrvukülgne ABCD (j. 62) ja tema küljel BC-l punkt E, kust kõrvukülgset kaheks jagav joon läbi peab minema.

BC vastasküljele AD-le asetame D juurest algades BE-pikkuse õgviku DF-i, ja ühendame punkt F-i E-ga. Nüüd



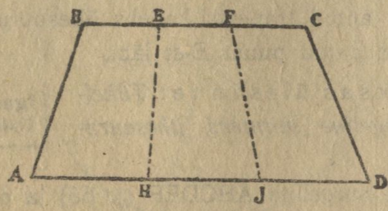
Joonistus 62.

tekivad kaks trapeetsi, millel alused ja kõrgused ühesugused on ja mis sellepärast ühesuurused on.

Trapeetsi tükeldamine.

12. Seitsmes ülesanne: *Tükeldage trapeets mitmeks ühesuuruseks osaks.*

Olgu antud trapeets ABCD (j. 63) ja olgu tarvis teda 3-eks ühesuuruseks osaks tükeldada.



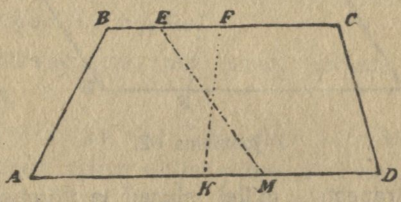
Joonistus 63.

Selleks jagame kummagi aluse kolmeks ühepikkuseks osaks, nii et: BE = EF = FC, ja AH = HJ = JD, ja tõmbame jooned EH ja FJ. Niimoodi saame kolm trapeetsi, nimelt ABEH, HEFJ ja JFCD, mis ühesuurused on, sest et nendel ühesugused alused ja kõrgused on.

13. Kujutage trapeets, mis pinna poolest $^3/_5$ antud trapeetsist oleks.

14. Kaheksas ülesanne: *Tükeldage trapeets kaheks ühesuuruseks osaks joone abil, mis (vähemal) alusel asuvast antud punktist läbi läheks.*

Olgu tarvis antud trapeets ABCD (j. 64) kaheks tükeldada punkt E-st läbi mineva õgva joone abil. Jagame kummagi aluse pooleks ja tõmbame joone FK. See joon jagab trapeetsi kaheks ühesuuruseks trapeetsiks (vaata eelmine ülesanne). Et



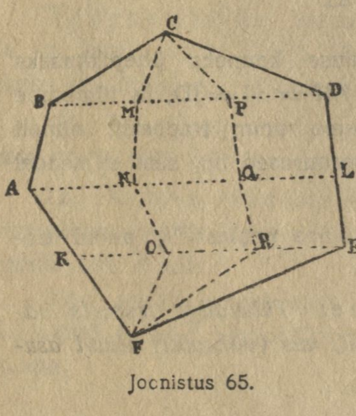
Joonistus 64.

nüüd jagamisejoont punkt E-st läbi juhtida, peame trapeetsi ABFK ühte alust õgviku EF võrra lühendama; et tema aluste summa, ja sellega ka pinnasuurus, ei muutuks, pikendame tema teist alust (AK-d) samasuguse õgviku KM võrra. Õgev joon EM jagab antud trapeetsi kaheks ühesuuruseks osaks ja läheb selle juures antud punkt E-st läbi.

Igasuguste nurgeliste tükeldamine.

15. Üheksas ülesanne: *Tükeldage antud nurgeline mitmeks ühesuuruseks osaks.*

Olgu antud nurgeline ABCDEF (j. 65) ja olgu teda tarvis 3-eks ühesuuruseks osaks tükeldada.



Joonistus 65.

Esiteks tükeldame selle nurgelise kolmnurkadeks ja trapeetsideks. Selleks tõmbame nurkjoone BD; tipp A-st BD-le kõrvujoone AL, ja tipp E-st BD-le kõrvujoone EK. Saadud △-gad ja trapeetsid tükeldame igaühe 3-eks ühesuuruseks osaks nii, nagu I ja VII ülesandes juhatatud. Nii saame nurgelised:

ABCMNOF, CPQRFONM ja CDEFRQP, mis ühesuurused on, sest et nad kõik vastavalt ühesuurustest △-adest ja trapeetsidest koos seisavad.

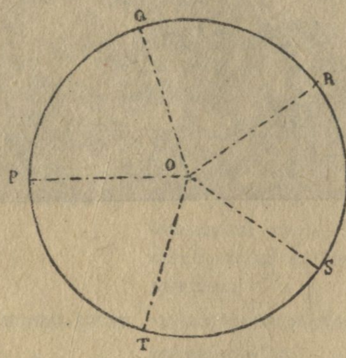
16. Joonistage mõned nurgelised ja tükeldage: esimene 2-heks ühesuuruseks osaks, teine — 4-ks, kolmas — 5-eks, järgmised — oma soovi järele.

17. Tükeldage ülesannetes I—IX juhatatud viisidel nurgelise kujuga maatükke, kuju järele kohast tükeldamiseviisi valides.

Sõõri tükeldamine.

18. Kümnes ülesanne: *Tükeldage sõõr mitmeks ühesuuruseks osaks.*

Olgu tarvis sõõr O (j. 66) viieks ühesuuruseks osaks tükeldada.



Joonistus 66.

Kõigi nurkade summa, mis keskpunkt O ümber mahuvad, on 4 täisnurka, ehk 360^0. Jagame selle arvu 5-ga, mille järele 72^0 saame.

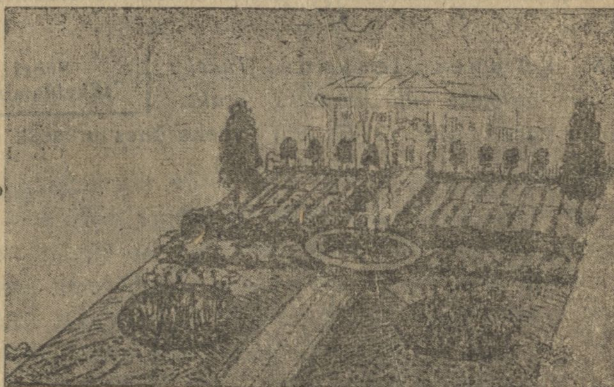
Nüüd kujutame O ümber viis 72^0-list nurka ja pikendame nende küljed kuni siiruni. Saadud raadiused tükeldavadki sõõri viieks ühesuuruseks osaks.

19. Tükeldage antud sõõr 10-neks ühesuuruseks osaks.

Leidke antud sõõrist $^2/_3$.

Sõõrik peenar tükeldage üheksaks ühesuuruseks osaks.

20. Mõõtke täisnurgeline maatükk välja, tõmmake keskelt õgev joon läbi, võtke see joon sümmeetria teljeks ja kavatsege sellele maatükile aed; märkige mõned sümmeetrilised punktid puude ja põõsaste istutamiseks ära, kavatsege sümmeetrilisi kõnniteid, puiesteid, tiikisid, ühesuurusteks osadeks tükeldatud lillepeenraid j. n. e.



Õiendused.

Lhk.		On trükitud:	Peab olema:
3	alt 5. rida	saab joont	saab õkva joont
5	ülevalt 7. „	Neljanurgelise	Nelinurkse samba
8, 10, 11, 15	mitmes kohas	neljanurgeline sammas	nelinurkne sammas
8—11, 13, 21	„ „	kolmenurgeline „	kolmnurkne „
10	alt 4. rida	Kahetahkist	Kahekantset
12	mitmes kohas	kuuenurgeline sammas	kuusnurkne sammas
12	„ „	kaheksanurgeline „	kaheksanurkne „
15	ülevalt 1. rida	täisühtlased	täissarnased
16	„ 1. ja 2. „	Siit järgneb, et kõik täissarnast ruutu piiravad servad on ühepikkused.	Siit järgneb, et kandikut piiravad kuus täissarnast ruutu. Tema servad on ühepikkused.
17—19	mitmes kohas	neljanurgeline püramiid	nelinurkne püramiid
20, 21	„ „	kolmenurgeline „	kolmnurkne „
29	alt 2. rida	jaotub	jaotab
30	ülevalt 12. ja 13. „	nabade (pooluste)	nabasid (pooluseid),
31	„ 6. „	+GD.k+	+CD.k+
31	alt 16. „	ümbermõõtja	ümbermõõt ja
31	„ 12. „	sama	samba
39	„ 17. „	(12×2) kantsm.	(12×2 kantsm.)
39	„ 6. „	kolmenurksed	kolmnurksed
40	mitmes kohas	„	„
40	alt 2. rida	viienurkse	viisnurkse
41	„ 1. „	kui ka (tarvilise sambakõrguse)	(kui ka tarvilise sambakõrguse)

Lhk.		On trükitud:	Peab olema:
42	ülevalt 16. rida	kolmkandikuga	kolmandikuga
44	„ 6. ja 8. „	koguse	kogus

Definitsjoonides lhk. 3—15 tuleks, nagu teisalgi, ühenduses sõnaga „nimetatakse“ igal puhul tarvitada osastavat käänet (mitte nimetavat); näit.: üksikuid tasapinna osasid (mitte üksikud osad) kehadel nimetatakse kantideks.

1.50

„Odamehe“ koolikirjandus

A. AUDOVA: Järve taimed. Piltidega.
H. BEKKER: Paeseina profiil Martsal. Eesti paeseina geoloogiline ülevaade.
H. BEKKER: Pühajärve ümbruse taimestik I.
H. BEKKER: Pühajärve ümbruse taimestik II.
A. AUDOVA ja H. BEKKER: Andmed Pühajärve uurimisest. Piltide ja kaartidega.
J. JÕGEVER: Eesti keele grammatika I.
J. JÕGEVER: Eesti keele grammatika II.
J. KOPPEL: Metoodiline matemaatika õperaamat I.
F. V. MIKKELSAAR: Geomeetria rahvakoolidelle I õpeaasta.
F. V. MIKKELSAAR: Geomeetria rahvakoolidelle II õpeaasta.
F. V. MIKKELSAAR: Geomeetria rahvakoolidelle III õpeaasta.
M. UNIVER: Bioloogia õperaamat. Piltidega.

Kirjastus „Odamees“ Tartu, Promenaad 7-a

„Odamehe“ raamatu- ja kooliõpeabinõude kauplus samas.