F. V. Mikkelsaar

Geomeetria metoodika

Kirjastus A.-S. „Varrak",
Tallinnas, 1921.

Kirjastus A.-S. „Varraku“ trükk, Tartus.

Eessõnaks.

Mu sooviks ei olnud kirjutada niisugust metoodikat, kus õpetamise iga samm juhatatud oleks; sarnase metoodika tarvitamine seoks õpetajat liialt temas valitud metoodi ja käsitatava aine järjekorraga, mida aga uuema aja koolis soovitavaks ei saa pidada. Käesoleva raamatukesega tahaksin abiks olla algajatele geomeetria õpetajatele (ja uuendatud Eesti koolis on suurem hulk geomeetria õpetajatest algajad, sest ainele on koolis märksa laiem koht määratud kui varem) ülevaate muretsemisel sellest, mida geomeetria õpetamisel silmas tuleb pidada, et raskemaid vigu ära hoida, kui ka üleüldise õpetamise sihi ja laadi määramisel. Ka oli mu püüdeks huvi äratada aine kohta, mille kasvatusline väärtus väga suur. Asjast huvitatud õpetaja teeb aine ka õpilastele huvitavaks ning täiendab ise iga uue õpetunniga omi metoode. Varsti tõendavad talle ta omad kogemused, et geomeetria õpetamisel ei ole mitte nii tähtis iga üksiku küsimuse käsitamiseks seda või teist võtet tarvitada, kui anda tervele õpetusele õige siht ning vaim. — Üksikasjadest, millel üleüldine tähtsus ei puudu, ei lähe raamatuke siiski mitte vaikides mööda. Nendega püüdsin kui näitustega üldisi mõtteid selgitada.

Vabandatagu „Geomeetria metoodika“ puudusi asjaoluga, et tal meie koolikirjanduses eelkäijad puuduvad. Raamatu tarvitajad olgu lahked mu tähelepanu tema puudustele juhtima.

F. V. M.

Tallinnas,
1920. a. talvekuul

Sissejuhatus.

Kool ei ole asutuseks, milles ennast ainult õpilased ja õpetajad vahetaksid — ta areneb ise ajaga. Muutuvad rahva elutingimused, muutuvad ka ülesanded ja sihid, mis ta oma koolile seab. Juba seesugusest asjaolust oleneb kooli õppeainete, kavade, õppeviiside muutuvus. Teiselt poolt on kool ise suurem tegur, mis rahva elu-olu arendamisel kaasa aitab. Sihi järele, mis koolile ühel ehk teisel ajajärgul seati, koondati temasse õppeained, millest harilikult üks ehk paar põhi õppeaineteks oli, kuna teised enam-vähem lisanduse laadi kandsid. Muudatused kooli sihis ja sisus on nii suured olnud, et uus ajajärk need ained, mis varem põhiaineteks olnud, koolist täitsa välja jättis. On aga ka rida õppeaineid, mis õige pika aja jooksul, kus kool palju muudatusi üle elanud, koolis on püsinud. Üks sarnastest on matemaatika, olgugi et ta ise kui ka ta õppeviisid järjest on muutunud. Iseäranis suured on need muutused olnud geomeetria suhtes. See teaduseharu etendab järjest suuremat osa matemaatikas kui teaduses ning kui õppeaines Aja jooksul on ta koolis suuremat ja suuremat tähtsust omandanud ja enam ja enam kooli algusele — esimesele õppeaastale — ligemale nihkunud. Iseäranis tähtsa koha omandab geomeetria uuema aja töökoolis. Arusaadav on, et geomeetria kui õppeaine tähtsuse õigeks hindamiseks sellepärast tarvis on vähemalt lühikestki pilku ta ajaloosse heita. Eriti tähtis on see õige õppeviisi valimiseks ja vigade ärahoidmiseks õpetamisel.

I. Geomeetria ja tema õpetamise ajaloost.

1. Geomeetriliste algmõistete tekkimine.

Juba keskmisel kivi-ajajärgul oli inimene varustatud ettekujutustega teda ümbritsevate asjade kujutüüpidest. Seda lubavad oletada sellest ajast alleshoidunud joonistused kui ka tööriistade kuju, mille kordumine kindlasti näitab, et meister temast omale selget aru annab. Huvitav on, et algkujudena juba siin tüüpilisemad geomeetrilised kujud esinevad, mis seletatav nende lihtsusega kui ka sellega, et nad materjaali ning jõu ökonoomiat võimaldavad. Muidugi on inimest nendeni pikk katsete tee viinud. Kujude geomeetrilise laadi peale vaatamata on nad ometi ainult asjalised (loomad, nõud, tööriistad), kuna ilma asjalise sisuta kujudest, olgu ruudust, kolmnurgast, sõõrsambast või millestki muust kui ka ornamentidest veel igasugused jäljed puuduvad. — Hilisemal kivi- kui ka pronksi-ajajärgul omandab inimene juba selge ettekujutuse lihtsamatest ruumikujudest, mis ennast nüüd asjadest eraldavad ja sellega vaimus iseseisvalt püsivad. Seda tõendavad nendest ajajärkudest alleshoidunud ornamentlikud joonistused ja igasugused geomeetrilised ilustused. Neid luues avaldas nende meister oma seesmist ilma, oma vaimuelu, ja ei lasknud ennast mitte enam otsekohe materjaalil ning tööriistal juhtida. Kujude mitmekesisus ei ole suur, kuid nende hulgas leiduvad just need, mis kujuilma mõistmiseks kõige olulisemad, nagu: kõrvujooned, kõrvukülgsed nurkjoontega ning ilma, haruühtlased trapeetsid, külgühtlased, haruühtlased ning täisnurksed kolmnurgad, sõõrid, rõngad, siiruosad ning spiraalid, kehadest — sambad, püramiidid, kera. — Muidugi ei ole need kujud teisiti kui abstraktsiooni teel saadud. Seesuguseks abstraktsiooniks pakkusid juhust ühelt poolt tüüpilised asjakujud, teiselt poolt, nähtavasti, ornament, mis vistist punumisest ja pinnanikerdustest oma alguse sai.

2. Geomeetria edu vana aja kultuurirahvaste juures.

Majanduslise elu keerulisemaks muutumisega tekivad ülesanded, mille lahendamine geomeetrilisi teadmisi, reeglid — olgugi kõige lihtsamaid, vast isegi väljaütlematuid — nõuab ja nende leidmist algatab. Juba rändavad rahvad toimetavad mõõtmist, olgugi ligikaudset; igasugune mõõtmine aga eeldab geomeetrilisi teadmisi. Maa tarvitamine, igasugused ehitustööd ei ole mõeldavad ilma tarvilise mõõtmise- ning arvamiseosavuseta. — Vahemere rahvaste juures on esialgne geomeetria vistist sel ajal sündinud, kui eraomandus tekkis ja rahvad omale kindla elukoha valisid. Nii arvab Herodotos, et Egiptuses Niiluse jõgi esimeseks geomeetria õpetajaks oli, sest tema orus asuv viljaandja maa oli niivõrd väärtusline vara, et tema omanikkudel väga tarvis oli teada, kus tema ja kus mitte-tema osa on. Niilus uhab aga kallastest välja tulles kõik piirimärgid ära, nii et piiri otsimist — mõõtmist — ikka ja ikka uuesti tuli toimetada. Samuti sundisid maamaksud mõõtmisele ja arvamisele, kanaalite kaevamisel ka loodimisele. Juba sõna

„geomeetria“ ise tähendab „maamõõtmist“, mis tema esialgsest praktilisest laadist aimu annab.

Igapäevane elu sundis niiviisi geomeetrilisi oskusi ja teadmisi leidma kui ka alles hoidma, sest neid oli ikka ja ikka tarvis. Nii tekkis esialgne „geomeetria“ — koguke mõõtmiseks tarvilisi teadmisi, reeglid, milles küll süsteem puudus ja mis harutihti isegi ekslikud oli.

Egiptuse mõõtmisekunstist annavad tunnistust reeglid, mis sisalduvad Londonis Briti muuseumis alleshoitavas Ahameso (teisel aastatuhandel enne Kr.) kirjarullis, nimega „Papyrus Rhind“. Muu seas on siin juhatused, kuidas nurgeliste ja sõõrikujuliste maatükkide pinnasuurust ja puuvilja vaaside mahutust välja arvata. Nurgelistest on esitatud täisnurgeline, haruühtlane kolmnurk ja haruühtlane trapeets. Kuna täisnurgelise pinnasuuruse arvamine õieti on juhatatud, on kahe viimase nurgelise arvamises viga. Nii arvatakse haruühtlase kolmnurga pinnasuurust kasvatades alust küljega ja saadust kahega jagades. Huvitav on, et sõõri pinnasuuruse leidmiseks see kui niisuguse ruudu pinnasuurus võetakse, mille külg $^8/_9$ sõõri läbimõõdust on. Ei ole raske järele katsuda, et sarnase arvamise juures viga õige väike on.

Rikkalikust geomeetria tundmisest egiptlaste juures annavad tunnistust ka nende igasugused ehitused, sisseseaded (kaanalid põldude niisutamiseks) ja mälestusmärgid.

Üleüldse oli Egiptuse geomeetria täitsa praktilise, utilitaarse iseloomuga. Tema tekkis paljude katsete, mõõtmiste, kombineerimiste teel. Uued ja uued tähelepanemised võimaldasid ülemineku üksikutelt nähtustelt üleüldistele oletustele. Egiptlaste geomeetria sammus sellega induktiivset teed, oletades üksikutelt nähtustelt üldistele. See on geomeetria e m p i i r i l i n e ajajärk.

G r e e k a m a a l omandas geomeetria (juba 3-daks aastasajaks enne Kristust) täitsa abstraktse laadi. Greeklased, kui rahvas mõtteteadust armastava vaimuga, töötasid ümber ja täiendasid geomeetrilised teadmised, mis nad egiptlastelt said, loogiliseks süsteemiks, kus mõte, minnes deduktiivset teed üldistelt tõdedelt, teeb uusi ja uusi kindlaid järeldusi üksikute nähtuste kohta. Nii on Euklidese (umbes 300 a. e. Kr.) „Puhta matemaatika elementides“ esimesel kohal punkti, joone, õgva joone, pinna j. n. e. piireldused (definitsioonid); siis tulevad aluslaused, aksioomid (nagu: kui kaks suurust mingisugusele kolmandale võrduvad, siis on nad omavahel võrdsed; terve on alati tema osast suurem) ja lõpuks teoreemid, mida piirelduste ja aluslausete põhjal loogiliselt kindlalt tõendatakse. Muidugi ei saanud egiptlaste vigased reeglid enam püsima jääda — ja see oli Greeka geomeetria tugev külg, kuid teiselt poolt sattus geomeetria siin liig teoreetilisesse roopasse ja kaotas sellega suurel mõõdul sideme tegeliku eluga. Mõned hilisemad õpetlased ja mõttetargad (Plato) isegi rõhutasid nõuet, et geomeetria puhtaks peab jääma mehaanika ja igapäevase elu nõuetega kokkupuutumisest. Sellega oli tarviliselt hinnatud geomeetria hariv tähtsus, kuid ülehinnatud. Tema teoreetiline laad jäi püsima kunni uuema ajani mitte üksi teaduses, vaid suuremalt osalt ka koolitubades.

Ka I n d i a s ei puudunud juba 5-dal aastasajal e. Kr. geomeetrilised teadmised. Siin pandi aga vähe rõhku teaduslisele süsteemile kui ka teaduslistele tõendustele. Iseloomulik oli siin tõendusviis: raamatus seisab tõenduseks tarvisminev joonistus ja selle kõrval lühike käsk: „Vaata!“ — Iseäranis olid geomeetriast kaugema Ida rahvaste juures huvitatud täheteadlased.

Tähtsat osa geomeetria edendamisel ja geomeetriliste teadmiste laialilaotamisel ning edasiandmisel etendasid a r a a b l a s e d, kes Greeka ja India geomeetria tagavarad isuga omaks võtsid. Osa greeklaste matemaatilisi töid on ainult selle läbi alles hoidunud, et nad Araabia keelde olid tõlgitud.

Vanad r o o m l a s e d ei jätnud geomeetria ajaloose niisuguseid jälgi, mida siin tähendada maksaks. Nende huvi oli enam maa-ala suurendamisele ja sõjakunstile sihitud, kui teadusele. Geomeetria huvitas neid suuremalt jaolt sedavõrd, kuivõrd ta elus, muu seas sõjaoludes, tegelikult tarvilik oli. Nii tunti huvi pinna- ja kogusearvamisest. Reeglid võeti käsitusele pimedast peast; vead, mis nendes peitusid, süvenesid sarnasel tarvitamisel.

3. Geomeetria keskajal.

Rahvaste rändamise aeg ja sellele järgnev rahutu ajajärk laseb teaduse tagurpidi minna. Ka kirikus enam ja enam arenev lahtiütlemine kõigest ilmalikust, selle halvakspidamine, ei jäänud ilma kahjuliku mõjuta teaduse kohta, olgugi et mõnedki teaduseharud, ka geomeetria, ulualust otse kloostrites munkade juures leidsid. Mis enam-vähem tervelt edasi anti, olid hilisemad roomlaste tööd, kuid need olid juba oma eelkäijatega võrreldes õige armetumad.

Varro (116—25 a. e. Kr.) eeskujul jagati keskaja algul kogu teadus seitsmeks vabaks kunstiks, mis ühendatud olid kahte peaosasse: Trivium ja Quadrivium. Esimesesse kuulusid grammatika, dialektika ja retoorika, teise — aritmeetika, muusika, geomeetria ja astronoomia. Kes quadriviumini tahtis jõuda, pidi enne triviumi läbi õppima. Geomeetria oli sellega aineks, millega kõige vähem tegemist tehti; isegi ta sisu oli muutunud ja tuletas midagi matemaatilise geograafia sarnast meele; peale selle sisaldas ta nähtavasti õpetust mõõtudest ja kaalust. Maamõõtmisekunst, mis veel roomlasi huvitas, kaotas nüüd seltskondliku huvi; tarvilised talitused sellel alal usaldati munkade hooleks.

Sarnane seisukord kestis mitu aastasada. Elustust tõi kokkupuutumine araablastega ning nende kaudu Greeka ning osalt ka India mõtteilmaga. Ilmusid ladinakeelsed tõlked, mis kiratsevasse teadusesse värsket vaimu valasid. Geomeetriale sai saatuslikuks Euklidese „Elementide“ tõlge

(1120. a. p. Kr.), mis 6—7 aastasaja jooksul geomeetria algallikaks jäi. — Ka pärast ülikoolide ja nendes matemaatika õpetoolide rajamist oli geomeetria veel kaua kõige mahajäetumaks matemaatika haruks.

4. Geomeetria uuemal ajal.

Veel uuema aja algul vaadati geomeetria kui käsitöö haru peale. Teoreetilist geomeetriat peeti isegi viseerimise (tolleaegse praktilise geomeetria) ja astronoomia abiteaduseks. Varsti ilmuvad küll kirjatööd (A. Dürer), mis Euklidest enam ei kopeeri, vana aja teadusemehi täiendavad ja laiendavad, kuid nende mõju ei ulata kaugele, sest mõtlejaid on vähe ja nende vahel puudub elav side, kuna teaduse (ladina) keel laiematel ringidel tundmatu.

Alles Descartes'e, Leibniz'i ja Chr. Wolf'i (1679 kuni 1754) tegevuse mõjul saab matemaatika oma loomulikule arenemiseteele, omandab selge süstemaatilise kuju ja muutub teaduseks sõna tõsises mõttes. Ka laieneb geomeetria ala nüüd märksa: Descartes (1596—1650) rajab analüütilise geomeetria, Gaus (1777—1855) võimaldab kõrgema geomeetria alal enneolemata edu, pedagoogid, nagu Amos Comenius, Ernst Gotha, J. H. Pestalozzi, Herbart ja teised, võitlevad geomeetria sündsa koha ja õppeviisi eest koolis. Kuid siin jõuame õpeviiside juure, millele nüüd üle läheme, geomeetria kui teaduse arenemist enam kõrvale jättes.

5. Geomeetria õpetamisest vanal ja keskajal.

Raske on rääkida egiptlaste geomeetria-õppeviisist, sest geomeetria ise kui niisugune puudus. Kuid geomeetrilised reeglid, mis suure vaeva järele leitud, olid sedavõrd väärtusliseks varaks elus, et neid kaduma minna ei võidud lasta, sellepärast tuli neid järeltulijatele edasi anda, neid õpetada ja õppida. Et reeglid ise ainult tegelikult proovitud olid, mitte aga loogiliselt tõendatud, siis anti neid edasi ja võeti vastu ilma arvustuseta, ühes vigadega. Niisugune õpetamine sai olla ainult kaudsuseta näitlik valmis reeglite edasiandmine, ilma loogiliste põhjendusteta ning arvustuseta. Sarnane õppeviis on oma välise kuju poolest näitlik, sisu poolest dogmaatlik. Iseloomulikuks selle juures on Egiptuse mõõtmiseõpetustes ütelus: „Tee nii!“ — Meil veel hiljuti tarvitusel olnud reeglite ja vormelite pähetuupimise viis on sellega õieti Egiptusest pärit.

India tõendusviis „Vaata!“ nõudis õpilaselt juba palju enam kui päheõppimist, aga ka kaugelt palju enam kui lihtsalt vaatamist. Selle sõnaga juhatati joonistuse juure, mida tarvis oli uurida ja mõista, mille abil loogiline kui ka näitlik tõendus lugejal (õpilasel) tuli iseseisvalt leida.

Greeka õppeviisidest on võrreldes muuga õige vähe teada. On andmeid, mis oletada lasevad, et mõõtmisekunsti tegelikult õpetati. Mõttetarkade puhta geomeetria õpetamisel tarvitati nähtavasti iselaadi „järeleaitamise“ õppeviisi, kus õpetajad õpilastele (iseõppijatele) küsimuste ettepanemise teel seda ehk teist mõtet selgeks tegid. Sarnane õppeviis oli oma välise kuju poolest kateheetiline, sisu poolest heuristiline, s. o. küsimuste-kostuste varal tehti õpilastele võimalikuks tõdesid ise leida. — Enamalt jaolt seisis küsimuste ettepaneku siht selles, et mõnda ekslikku arvamist või oletust ümber lükata.

Keskajal õpetati geomeetriat kui quadriviumi ühte osa kloostrikoolides. Nagu juba varem tähendatud, oli tol ajal geomeetria ühendatud maateadusega. Tõsisest geomeetriaõpetusest ei saa sel ajal juttu olla. Harnisch kirjeldab geomeetria õpetamist keskaja õpetlastekoolis umbes järgmiselt: „Alati sellega, et õpilastele seletati, mis geomeetria on, kuidas teda jaotatakse, selgitati tähtsamaid mõisteid, mis ette tulevad, lisati mõned iseenesest mõistetavad laused juure ja mindi siis teoreemidele üle; neid tõendas õpetaja; õpilased olid kogu õpetuse kestusel ainult pealtkuulajateks, aga mitte kaasategijateks, nad võisid ainult kinni püüda õpetaja tarkust, aga mitte mingisugust oma tuletada iseseisvast juurest. Selle juures oli teadus ise nii puhtalt elust lahutatud, et õpilane aastate jooksul virgalt õppida võis, ilma et korrakski näha saaks, milleks seda kõike tarvis on. Kui ta viimaks praktilise geomeetria juure jõudis, mis kõige lõppu asetatud oli, siis puudus tal osavus sirkli ja nurklaua tarvitamises, samuti ka õpetajal, nii et mõlemad ainult sellest võisid rääkida, kuidas midagi teha tuleks, ilma et ise seda teha oskaks."

Peatasin pikemalt selle kirjelduse juures, sest ta ei ole kahjuks praegugi veel meie koolile võõras. Oma kuju poolest oli keskaja geomeetria õppeviis lektsiooniline, sisu poolest — sõnaliste tõenduste peale vaatamata — dogmaatiline, isegi dialektiline, sest lausete sõnastamisele pandi erilist rõhku.

Geomeetria kui õppeaine jäi sama elutumaks kui samanimeline teaduski.

6. Geomeetria metoodika algus.

Kunni uue aja läveni areneb geomeetria õpetus juhuslikselt, algjõuliselt; siit peale hakkab tema õpetamise teadlik vaatlemine, arvustamine, parandamine niihästi õppeviisi kui aine valiku poolest.

Keskaja sholastika ja verbalismus (tühjade sõnade tegemine) kutsusid lõpuks elule vastuvoolu mõtteteaduses (realistid, kes loomulikku mõistust kaitsesid) kui ka temale najavas kasvatusteaduslises uuendusvoolus (kelle esitajad Ratichius, Komenius, Locke). Juhitakse tähelepanu ühendusele kasvatuse ja loomuliku arenemise vahel; toonitatakse katse, kui teadmise allika, ja induktsiooni ning näitlikkuse põhjapanevat tähtsust. Kahjuks ei puudutatud selle juures niipalju matemaatikat ning tema õpetamist, kui keeleõpetust ja kasvatust üleüldse, kuid reform matemaatika alal küpses nende mõjul kahtlemata kiiremalt. Tähelepanemiseväärt on, et uued geomeetria õpperaamatud juba ka metoodilisi näpunäiteid sisaldavad ja õpilaste arenemise tasapinda silmas katsuvad pidada (näituseks eespoolnimetatud Chr. Wolf'i raamatud). Selgesti toonitatakse juba, et see, mis väliste meelte abil vastu võetud, kergemini meeles seisab kui see, milleni mõistuse abil jõutud. — Ka heuristiline õppeviis tuleb kohati uuesti esile (näit. Winterfeld'i 1806. a. ilmunud raamatus). Tihti tarvitatakse juhust, et geomeetria kasu igapäevases elus näidata. Keskkoolide õpperaamatutest kaob see nähtus aegamööda täitsa, sellevastu suureneb aga kujutus-ülesannete hulk.

7. Geomeetriale rajatakse teed rahvakooli.

Värskem vaim sai geomeetria õpetuses mõjule, kui teda kui õppeainet rahvakoolis hakati õpetama. See asjaolu iseenesest nõudis teatud ettevalmistustööd, ja selle käiku võiks ehk mõne tähtsama punkti nimetamisega ära märkida.

Amos Komenius nõuab väsimata oma töödes näitlikkust (välist ja seesmist) õpetamisel, arvab muu seas, et lapsed juba 3-dal eluaastal geomeetria vallast mõistavad, mis suur või väike, lühike või pikk, lai või kitsas on; 4-dal eluaastal võivad nad mõndagi kuju nimetada, nagu ratas, joon, rist, kriips, siis mõõtude nimesid, nagu: käelaius, vaks, küünar... toop j. n. e.; nad hakkavad juba ka ise mõõtma, kaaluma, võrdlema. Emakeele koolilt (6.—12. eluaastani) nõuab Komenius mitmesuguste ulatuste, nagu pikkus, laius, kaugus, vahe j. n. e. korrapäralist mõõtmist.

Kaudset mõju geomeetria õpetuse reformeerimise peale avaldas ka Rousseau, otsekohesemat aga J. H. Pestalozzi (1746—1827). Pestalozzi, kui uue voolu rajaja kasvatusteaduses, mõtted on tuntud. Peatame ainult nende juures, mis tema vaadet geomeetria õpetamise peale näitavad. Ta kirjutab ise (1780. a.): „Igakülgne inimese loomu seesmiste jõudude arendamine puhtaks inimlikuks tarkuseks on ka alamatest seisustest inimeste hariduse lõpusihiks. Oma jõu ning oma teadmiste harjutamine, tarvitamine ja kasutamine mitmesugustel oludel ja tingimustel elus on kutseliseks kui ka seisusliseks arendajaks. Ta peab alati alluma inimkonna üleüldisele arenemise sihile." Pestalozzi nõuab, et kõigi juhatuste aluseks olgu kogemused, katsed, iga mõistet tuleb püüda näitlikult arendada, aga mitte sõnade abil anda. Kõigi teadmiste alusmüüriks seab ta näitlikkuse. Ka nõuab ta, et igasugune õpetus kõige lihtsamatest elementidest algaks ja vahelejätmisteta, hüpeteta edasi läheks. Kõige ees peab käima näitlikkus, sellele järgnegu asja ettekujutus omaduste äratähendamisega (kirjeldus) ja viimaks mõiste saavutamine; kõige selle juures tuleb võimaldada õpilaste isetegevust. Teadmine peab käima käsikäes oskusega, tundmine harjumisega.

Oma mõtete teostamiseks leiab Pestalozzi abinõud kõigi meie näitlikkude ettekujutuste selgitamiseks arvust, kujust ja helist (keelest). Teise punkti arendamisega paneb ta aluse nõndanimetatud näitlikule geomeetriale, mis tema kätes küll äärmiselt ühekülgsena välja kujuneb, kuid hiljem ikka ja ikka muutudes rahvakooli teed leidis. Pestalozzi geomeetria ei leidnud seda mitte, olgugi et Helveetsia koolidesse ettevalmistav kursus juba XIX aastasaja esimesel veerandil asetati. Põhjus peitub osalt selles, et aeg selleks veel küllalt „küps" ei olnud, enam aga veel geomeetrias eneses. Nimelt toonitasid Pestalozzi ja ta lähemad järelkäijad liig teravalt ühekülgselt õpetuse formaalset, „sisemisi jõudusid" harivat sihti ja korraldasid selle järele ka geomeetria õpetuse. Et kujude, suuruste vahekordade' mõistet välja arendada, selleks juhatati sadade kaupa harjutusi kaalus joone kallal, samuti loodis joone ja ruudu kallal. Terve „Näitlikkuse aabitsa“ aluseks oli õgev joon ja ruut. Igasugused jagamised, suuruse, sihi ning vahekordade tähelepanemised sünnitasid harjutuste hüpeteta rea (see oli üks Pestalozzi peanõuetest), hästi läbimõeldu loogiliste mõistete arendamise otstarbeks. Põhjalik töötamine, ainest arusaamine, alaline kordamine, suusõnaline ja joonistuslik väljendamine — selles oligi Pestalozzi õppeviis. Ja vaimustus, milles keegi temaga võistelda ei suutnud, võimaldas asjaolu, et tuhanded ja tuhanded mitmesugustest seisustest isikud kasvatusküsimusest huvi hakasid tundma, kuid üksikasjalised näpunäited Pestalozzi poolt jäid kasutumaiks, sest mis nii peenelt väljatöötatult hea oli meistri käes, oli täitsa võimatu eemalseisja õpilase käes. Ühekülgsed, vähese sisuga elust lahutatud vaimu võimlemisharjutused pidid õpilastele igavaiks minema; kujud ja mõisted uppusid üksikasjadesse ja otsatuseni korratavaisse ning teisendatavaisse lausetesse. Nii oli Pestalozzi geomeetria peaveaks ta kitsalt ühekülgne formaalne hariduse ja õpetuse siht, heaks küljeks aga näitlikkuse nõudmine ja geomeetriale tee tasandamine rahvakooli. Nagu juba tähendatud, ei leidnud Pestalozzi ja ta lähemate õpilaste geomeetria veel mitte teed rahvakooli, küll aga ergutas ta pärastisi geomeetria õpperaamatute kirjutajaid pedagoogilisele mõtlemisele.

Ligikaudu sama teed kui Pestalozzi käib Herbart (1776—1841), kes Pestalozzi mõtted üldistab ja neid oma moodi täiendab. Ka tema leiab, et näitlikkus on tähtsam osa noorsoo õpetamisest, milles täpipealne, läbimõeldud kord ja õige järjestus kordamineku otsustavaks abinõuks on. Näitlikkus tarvitab aga tema arvates arendamist. Meid ümbritsevad kujud on keerulised, komplitseeritud; nendest õiget ettekujutust saada võib ainult nende osasid vormiks ja seisukohaks jaotades, mis omakorda algosadeks tulevad jaotada. Niimoodi punktini jõudes, leitakse, et punkt iseenesest veel vormi ega seisukoha mõttes midagi ei ole. „Kahte punkti ühendades saadakse õgev joon“, mis küll juba mõõdetav on, kuid kuju siin veel ei ole. Kõige lihtsam kuju tekib kolme punkti ühendamisel: „sellega on iga kujutuse algosaks kolmnurk“. Pestalozzi asetab näitliku õpetuse aluseks mõõtude vahekorrad; Herbarti arvates peab kujude vaatlemine eel käima. Õppeviisis püsib sama siht — vaimuvõimete harjutamine mõistelise, abstraktse aine kallal, olgugi et kujusid looduse- ja kunstvormidest otsitakse.

Herbarti tähtsamaks veaks on see, et ta küllalt ei rehkenda laste mitmesuguse huvilaadiga ja kõigis neis eriliselt andelisi matemaatikuid näeb. Tema metoodiline õpetus tekkis paberil ja jäigi sinna, sest ta looja teda ise ei proovinud.

Päris rahvakooli geomeetria lõid tegelikud koolimehed.

8. Geomeetria metoodika tegelikkude koolimeeste hoolel.

Enam-vähem tasakaalu viivad geomeetria õpetuse mitmesugused sihid ja õppeviisid kui ka aine sisu ja õpilaste huvi juba esimesed koolimehed, kes geomeetria metoodika kallale asuvad.

Juba 1815. a. kirjutas J. Hoffmann (Aschaffenburgi lütseumi direktor) umbes nii: 8—14-aastaste poiste jaoks ei ole veel geomeetriat kui tõsist teadust olemas; lapsi on tema jaoks tarvis ette valmistada. Selleks on paremaks abinõuks tähelepanemise-võime arendamine, kuid see arendamine ärgu olgu mõttetumaks mänguks joonte ja pindadega, mis terve mõistuse pimedaks mehanismiks muudaks. Ümberpöördult, õpilane peaks omandama harjumuse ruttu, kergelt ja õigelt leida teda ümbritsevast ruumist asju, mis vaatlemisele tulevad. Ometi teeb Hoffmanngi punktide ja joontega algust, ja jaotab terve õppematerjaali neljaks kursuseks. Need neli kursust jagunevad omakorda kaheks peaosaks: esimesed kolm sünnitavad ettevalmistava osa, viimane — „tõsise geomeetria“. Nii toonitavad tegelikud koolimehed algusest peale geomeetria kui õppeaine kaheks kontsentriks (õpperingiks, kursuseks) jagamise tarvidust. Sedasama rõhutab J. G. Grassmann, kes selle peale tähelepanu juhib, et Euklidese geomeetria teatavat mõistuse küpsust nõuab, mispärast ta esimestele klassidele kohane ei ole; kujutamiseosavust võib aga harjutada ja arendada juba kõige nooremast east. „Lapsed peavad kõik teadmised näitlikult omandama, aga mitte mõistete abil. Vaevalt on tarvis juure lisada, et siin mitte välist näitlikkust ei mõelda, vaid sisemist, loova mõistuse tegevat näitlikkust, sisemise kujunduse näitlikkust. Välise näitlikkuse ülesanne on sisemist äratada ja kindlustada; ta ei ole mitte oluline, kuid siiski tihti tarviline kui metoodiline kaasvahend.“

Kuidas geomeetria õpetus omale loomulisemat teed otsib, näitab muu seas Breslau seminaari õpetaja (hiljem seminaari direktor Weissenfelsis) Dr. W. Harnischi juhatus geomeetria õpetusel algust teha kehadega, aga mitte joonte ja pindadega. Küll läheb ka temagi õige pea pindadele üle, vaatleb ja võrdleb neid, joonistab, kujutab ja mõõdab, kuid algust soovitab ta teha kehadega, et mõtet ja tähelepanu kujule kui tähtsamale geomeetrilisele omadusele juhtida. Tähtsamaks uuenduseks Harnischi metoodis on see, et ta formaalset haridust elule väärtuslisel ainel edendab; mõõtmiseharjutusi laseb ta juba õige vara teha; õppelausetele lisaks näidatakse alati kohe ka, kuidas neid tegelikus elus kasutada; joonlaua ja sirkliga lastakse üsna vara töötama hakata, kusjuures hoolast, puhast ning täpipealset geomeetrilist kujutamist nõutakse. Viimase nõudega seltsib Harnisch nende metodistidega, kes geomeetria õpetuse alusena joonistamist tahavad näha.

Täit isetegevuse võimalust ei anna õpilastele ka Harnischi õppeviis mitte, küll viib ta aga geomeetria õpetamise elule märksa ligemale kui vanemad õppeviisid. Tema tööd ilmusid geomeetria õpetuse saatuslisel ajajärgul, sest juba oli uuendustele äge vastuvool tekkinud. XIX aastasaja esimeseks aastakümneks oli välja kujunenud teadlik formaalse hariduse nõudmine, ja sellele vastas palju enam Euklidese loogiliselt sirge ehitus, kui mingisugune näitlik geomeetria. Matemaatika õpetamise sihina tunnistati ainult hoolt puhta loogika eest, loogilise mõtlemise harimist; geomeetria õpetamisel võeti lõpuliku nõudmisena üles: jõuda kunni süstematiseeritud kursuse kõigi väidete ühenduse selge arusaamiseni. Üks Pestalozzi järelkäijate vastastest soovis omale isegi Demothenese või Cicero kõneosavust, et kõigist gümnaasiumidest, õpetajate seminaaridest, reaal-, alg- ja lõunakoolidest välja tõrjuda „eelarvamist“, et teaduslise geomeetria elementide asemel näitlikku geomeetriat õppida, s. o. eelarvamist, et „tarvis on kõiki inimese vaimujõudusid hariva tõsise matemaatika asemele anda viletsalt ja ühekülgselt harivat segu“.

Niisuguse tagasikiskumise vastu tuli võidelda ka teisel seminaari direktoril A. Diesterweg'il. Viimane seab, nagu teisedki selle aja pedagoogid, geomeetria õpetuse sihiks formaalse hariduse. Ta kirjutab (1829): „Õpilane peab õpetuse kaudu õppima oma mõtlemist ja mõeldut selgelt, kindlalt ja osavalt väljendama. Kas ta üksikuid väiteid, mille kallal ta oma vaimujõudu harjutab, meeles peab, see ei ole oluliselt tähtis, olgugi et see põhjaliku käsitluse järelduseks tõepoolest peab olema“. — Ka Diesterweg nõuab algkooli ja keskkooli alamate klasside jaoks isesugust geomeetriat, sest Euklidese oma ei pea ta noore mõistuse kohaseks. Teiselt poolt ei pea ta aga ka sugugi soovitavaks ainuüksi praktilist mõõtmise- ning arvamiseharjutamist, sest et see mõistust ei arenda ega tulevasele teaduslisele kursusele ettevalmistuseks ei suuda olla. Sellepärast soovitab ta leidvat, s. o. a r e n d a v a t õppeviisi. Tema oluliseks osaks on küsimuste ja ülesannete rida, millega ruumi ja keha juurest alates pinna, joone, punkti ning nurga olu selgituseni viiakse, kujude liikumist ning vastastikust seisu vaadeldakse ja geomeetrilise õpetuseni kombinatsioonidest jõutakse, mis ise tekitab igasuguseid kujusid ja on loogiliseks algharjutuseks. Alles hiljem pannakse üksikuid keha kujusid tähele. Diesterweg tahab ainult õpilase mõtlemist juhtida ning teda ergutada iseseisvale otsimisele. Ta tähendab muu seas: „Kui õpetaja kujutuse ette teeb, teda laseb järele teha ja tõenduse üles märkida, siis on geomeetrialt ta tõsiselt hariv mõju röövitud — Õpilastele on palju tähtsam õppida tundma t e e d tõendusele kui tõendust ennast.“

Iseäralik on, et Diesterweg geomeetria ja joonistuse ühendamist kogunisti lubada ei taha.

9. Täiendavad märkused ajaloolisele ülevaatele.

Meie peatasime pikemalt esimeste metodistide juures, sest juba nende kirjutustes sisalduvad kõik tähtsamad mõtted, mis hiljem põhjalikumalt läbi töötati ja üheks ehk teiseks õppeviisiks välja arendati. Viimaste aastakümnete tegelased töötavad metoodika alal osalt vanu mõtteid ümber, osalt otsivad sootu uusi teid. Mõne juures nendest peatame veel, kuid enne seda paar sõna geomeetria kui õppeaine saatusest.

Esimeste metodistide nõudmised olid oma aja kooli ja õpetaja kohta liig suured, nende täitmine ei annud tarvilisi tagajärgi. See süvendas reaktsiooni nende vastu. Jõuti isegi niikaugele, et ametlikkude korraldustega geomeetria õpetamise katseid algkoolis keelama hakati ja nad kogunigi seminaaridest välja heideti. Peapõhjus oli muidugi väljaspool geomeetriat. Rahutusel XIX aastasaja keskel tegid valitsevad ringid umbusklikuks, isegi vaenulikuks kooli vastu.

Kaua see tagasikiskumine ometi kesta ei saanud, sest ülikool tegi vahepeal oma põhjapanevat iööd edasi, ja eriettevalmistusega õpetajad, koolipõllule tööle asudes, ei saanud matemaatika õpetamises maksva korraga leppida. Tekkis meeleolu, mille survel mitte üksi keskkooli, vaid ka algkooli õppekavade uuendamine möödapääsmataks sai.

Meie naabrimaadel kujunes geomeetria saatus rahvakoolides üsna mitmekesiseks: Skandinaavias pääsis ta rahvakooli juba XIX aastasaja esimesel, Preisimaal aga alles viimsel veerandil. Venemaal saab ta koha linnakoolides (veel enne seda küll napilt ka kreiskoolides) seitsmekümnendatel aastatel, hiljem ka kaheklassilistes ja teistes koolides. Meie kihelkonnakoolidesse tungib ta möödaläinud aastasaja viimasel poolel enam õpetajateseminaaride kui õpekavade mõjul. Samal ajajärgul ilmuvad meil ka esimesed geomeetria õpperaamatud *),

Üldiselt pääsis üheksateistkümnenda aastasaja viimasel kolmandikul geomeetria algõpetus rahvakooli kõrgematesse klassidesse ja püsib seal tänini, omale nõudes kohta alamates klassides.

Siit peale on geomeetria õppeviisidega tutvustamine rahvakooli õpetajate ettevalmistusasutustes tarvilik. Metoodiline kirjandus süveneb ja saab uute mõtete ja, mis veel tähtsam, katsete ja kogemuste poolest rikkamaks. Õppeviiside teadusliseks põhjendamiseks on katseline kasvatus- ja hingeteadus teed kätte juhatanud.

Üks geomeetria õppeviisidest, mis teadusele najada püüab, on nõndanimetatud g e n e e t i l i n e õppeviis. Sest ajast, kui teadus tõendama hakkas, et iga üksik inimene üldiselt kõik arenemisastmed läbi teeb, mis terve inimkond on läbi teinud, on kasvatusteaduses vajaduseks saanud õpi-

---

*) Nii 1879. a. „Kerged ja lühikesed geomeetria õpetused. Rahvakoolide kasuks kirja pannud J. Tülk. Samuti tema „Maamõõtmise juhatus“, kus enam praktilist geomeetriat kui maamõõtmist.

last ka sellest seisukohast tundma õppida ja õppeviise kui ka õppeainet vastavalt korraldada. Sellest seisukohast välja minnes on püütud õppeaineid nii korraldada, et nende laad ja arenemine õpilase arenemisele (sellega inimkonna arenemisele) vastaks. Siit on mõte pärit, et tarvis on ainet nii ette kanda, kuidas ta ajalooliselt on arenenud. Sai geomeetria maamõõtmisest alguse, tuleb ta õpetamisel sama teed käia. Geneetiline (arenemisele vastav) viis talitab ka nii. Kõige vanem geneetilise voolu esitajatest, tuntud Prantsuse teadusemees M. Clairaut (loe: kleroo) kirjutas juba 1740. aastal sellest, et geomeetria õpetamisel harilikult piireldustega, aksioomidega ning teoreemidega algust tehakse, ja et õpilased enne väsimuseni ja vastikusetundmuseni jõuavad, kui arusaamiseni, mida õieti õpetada tahetakse. „Geomeetria tekkimise üle järele mõteldes sain lootuse, et mul korda läheb nendest pahedest mööda saada. Ma mõtlen, et see teadus, nagu kõik teisedki, pidi tekkima aegamööda, et vistist esimesed sammud tehti möödapääsematuse sunnil ja et need esimesed sammud ei võinud algajate jõust üle käia, sest neid tegid algajad. — Sellest mõttest välja minnes tegin enesele ülesandeks selleni jõuda, mis geomeetria tekkimist võis tingida; siit alates püüdsin väiteid niivõrd loomuliku metoodi abil ette tuua, et võiks oletada selle metoodi samasust esimeste ülesleidjate metoodiga, püüdes siiski kõrvale hoida kõigist ekslistest katsetest, mida nemad mööda pääsmata pidid tegema. Maamõõtmine, nagu mulle näitab, oli kõige kohasem ala geomeetria esimeste väidete tekkimisel". Niisuguse vaate juures ei unusta Clairaut aga millaski, et mõõtmised maapinnal mitte ise töö sihiks ja sisuks ei ole, vaid et nad ainult juhust annavad geomeetria põhitõdede ülesleidmiseks. Muidugi oleksid need põhitõed tema arvates ülesleitavad ka füüsikaliste, astronoomiliste tööde abil, kuid maamõõtmine lubab seda teha kõige lihtsamalt, kõige läbipaistvamalt.

Clairaut näpunäiteid tarvitades ei või millaski unustada, et isiku ja inimkonna arenemise kõrvusus ainult üleüldistes joontes aset leiab, kuna üksikasjus ajalooliselt õige suur mitmekesisus on valitsenud.

Sellepärast ei ole sünnis geomeetria õpetust ei maamõõtmisest, ega täheteadusest alata, küll aga kindlasti praktilisest tegevusest; ja tema vastu huvi tingimuseks on loomulikult see, et ta tarvilikkus selgeks saab ja ta ettekanne lihtsamalt keerulisemale, konkreetselt abstraktsemale areneb; elu tarvetest ei tohi ta algus millalgi liig kaugele minna. Üksikasjad on vaevalt arenemisloost dikteeritavad.

Metoodide vaatlemisel oleme tähelepanematalt päris metoodikasse jõudnud. Enne aga kui lõpulikult temale üle minna, olgu tähendatud veel nõndanimetatud l a b o r a t o o r s e metoodi (töömetoodi) peale. Tema oluliseks tunnuseks ei ole mitte see, et ta teostub teatud tööde täitmisel, nende kallal õppimisel, mitte ka see, et ta õpilased, nagu füüsika või loodusteadus, iseäralisesse laboratooriumi juhib ja seal teatud riistade abil töötada laseb, vaid oluline on selles, et tema juures õpilane ja õpetaja loovale kaastöötamisele anduvad, kusjuures õpetaja huvitavalt arenevas reas töö teemad järgneda laseb, mille täitmine kogusummas teatud õpeaine osa läbitöötamise annab. Selle metoodi juures tulevad kõik teised tarvitusele, sellega on ta kõige universaalsem, on ennem üleüldine uuema kooli printsiip kui õppeviis. Meie aja kool, niipalju kui ta tahab ja suudab töökoolile ligineda, ei pääse temast mööda. Temaga sobib hästi metood, mida ma nimetaksin k o d u l o o l i s e k s m e t o o d i k s geomeetria õpetamisel. Sarnase metoodi iseäralduseks on see, et ta algastme jaoks geomeetria õpetuse nii korraldab, et temas vähem teaduslist geomeetriat, isegi vähem kujuõpetust (Formenlehre), kui asjaõpetust, kodulugu on. Teaduslised tõendused on kõrvale jäetud, nende asemele paigutatud nähtuste tähelepanemine kujude vallast (näituseks, järgmised tähelepanekud: mõne asja kuju oleneb tarvidusest; asjade kujudes on mõndagi ühist; inimene püüab oma ehitustes looduse kujusid järele aimata, kui tal samad põhjused on kui loodusel oma ehitamisel). See metood täielisemalt välja arenedes võib algkooli jaoks kõige viljakama õppeviisi anda. Tema tarvitamine nõuab aga õpetajalt väga suurt osavust ja iga kooli kohast oma moodi õpetuskäiku.

Ameerika algkooli kirjandus on sellele metoodile vastavatest raamatutest õige rikas. Saksamaalt võib nimetada Zeissig'i „Formenkunde't".

Kõrgemate algkoolide ja osalt ka keskkoolide geomeetria alal oleks vist hilisemaks uudiseks puhtgeomeetrilise aine korraldamine kujude ühiskondade järele. Kahjuks ei ole see huvitav idee veel küllalt osavat teostajat leidnud.

Uued rahvad (tähelepanemise-väärt on siin Jaapan), kes viimasel ajal võimsalt ajaloos kaasa rääkima hakkasid, tundsid loomulist huvi teaduse kasutoova külje vastu; sarnane utilitaarne vool võttis nende juures maad ka geomeetria õppimisel, sest rahvad, kes oma olemisolu rajanud võistlusele tehnika alal, olid enam huvitatud selle teaduse uurimistöö tagajärgedest ja nende tarvitatavusest tehnikas, kui teaduse loogilisest ülesehitamisest. See vool oli tarviliseks vastukaaluks Euroopa liig formaalsele voolule [1]) ja tegi viimase revideerimise tarvilikuks. Tagajärjed on kõige paremad, sest mõlemad voolud kokku sulades muudavad matemaatika tõsiseks kasvatusvahendiks.

---

[1]) Reidt teatab veel 1886. aastal, et ühes Preisi provintsis mõni aasta varem otsekohest toetamist Euklidese „Elementidele" nõutud ja et ühes koolis Euklidese „Elementide" tõlge õperaamatuks olnud.

II. Üldine geomeetria metoodika.

1. Geomeetria kui õppeaine harud.

Et geomeetria õpetamise sihtidest, tema käsitlusviisidest hõlpsam rääkida oleks, tähendame kõigepealt geomeetria kui õppeaine harud ära. Need on: kujulugu (Formenkunde), kujuõpetus (Formenlehre), geomeetriline kujundamine, geomeetriline mõõtmine ja geomeetriline arvamine.

Kujulugu on geomeetria kirjeldav osa. Siin seisab esimesel kohal vaatlemine, tähelepanemine. Kujuloos saab laps, näituseks, teada, et nurkjoon kõrvukülgse kaheks kolmnurgaks jagab. Et need kolmnurgad täissarnased on, võib laps teada saada, kas kujuloolisel teel, väljalõigatud kolmnurki üht teisele asendades, või kujuõpetuslisel teel loogiliste tõenduste kaudu. Kujuõpetus teeb tegemist geomeetriliste tõdede leidmisega ja nende loogilise tõenduse ja järjestusega. Üksikud ruumikujude vahekorrad ja geomeetrilised nähtused kantakse üldiste geomeetriliste seaduste, põhimõtete alla.

Geomeetriline kujundamine sünnib kas mingi liigutuse, mudelite valmistamise, joonistamise, voolimise, väljalõikamiste või õhukehade vormimise kaudu. Tema ülesandeks on vastuvõetud, mõistetud geomeetrilist kuju väljendada.

Geomeetriline mõõtmine on igasuguse mõõtmise aluseks; temaga ühenduses seisab geomeetriline arvamine, mis tihtipeale muud ei ole kui kaudne mõõtmine (nagu ruumi- ja pinnaarvamine ruumi- ja pinna-mõõtmise asemel).

2. Geomeetria õpetamise tähtsusest.

Juba ajaloolisest ülevaatest selgus, et geomeetria õpetamine formaalse hariduse mõttes tähtsuseta ei ole, kuid ka ta utilitaarne, kasutoov tähtsus ei ole väike.

1) Kõige pealt õpetab geomeetria vaatlema, kujude mitmekesitust tähele panema, ette kujutama; võimaldab ning süvendab ruumi mõistet; tutvustab ruumikujudega, õpetab neid leidma, nendes orienteeruma. Kõik see on suure tähtsusega õpilase vaimu harimisel.

2) Geomeetria annab juhust õige ning selge mõtlemise harjutamiseks, õpetab mõtteid õigelt siduma, lühidalt, selgelt ja täpipealt välja ütlema, olulist mitteolulisest eraldama ja sellega nähtusi õieti hindama.

3) Geomeetria kasvatab, harib üleüldse. Laps õpib tõdesid otsima ja leidma, iseseisvalt tegev olema, looma. Ülesanded sünnivad ning arenevad temal oma käte vahel ja on sellepärast kaasakiskuvad ja võidetavad. See kasvatab armastust töö vastu, julgust, usku kordaminekusse, tõearmastust, korraarmastust. Õigesti hindav silm, tahtejõu alla painutatud osav käsi, õigel mõõdul, õigetel vahekordadel, sümmeetrial j. n. ed. arendatud ilutunne on lapse edenemisest kindlad tundemärgid.

4) Geomeetria õpetamisel avanevad juhused tungida nähtuste vahekorrasse, mõista nende olenemist üksteisest. Kui endisel ajal geomeetria õpetamisel kujud õpilastele ette anti, nende kohta käivad tõed õpilastele „ette selgitati“, siis oli õpilasel vaevalt võimalik mõista nähtuste põhjuslist sidet; uuem geomeetria õpetamine teeb aga aine õpilaste vaimus arenevaks, tekkivaks, dünaamiliseks; nähtuste põh-

jused esinevad nähtuste eneste eel, kaasas ja järel, saab mõistetavaks kujude ilm ja sellega ühes enam ka loodus. Õpilane süveneb loodusesse ja kultuurielusse; tema ilmavaade saab sügavamaks ja avaramaks. Juba geomeetria õpetuse algastmel võib ta omale mõnelgi sammul aru anda, miks, näituseks, inimeste tööd ja talitused, loodusekehad j. n. e. selle või teise kuju on omandanud. Põllu eestkätt täisnurgeline kuju saab selgitatavaks kui kõige otstarbekohasem kündmisel, äestamisel, rullimisel, masina tarvitamisel, mõõtmisel; kaared maja, kiriku uste ning akende kohal, lillepeenardel, pildiraamidel saavad mõistetavaks kui ilustusvahendid j. n. e.

Mis puutub geomeetria õpetuse utilitaarsekse tähtsusesse, siis ei maksaks selle peal kaua peatada, kui ajalooliselt formaalse tähtsuse ülihindamine koolimeestel lihasse ja luusse imbunud ei oleks, ja meie kui väikerahva rahvamajandus jõudude otstarbekohast arendust ja ökonoomilist koondust nii teravalt ei nõuaks. Sellepärast olgu siin meele tuletatud geomeetria väärtus tähtsamates tööharudes. Põllumees asub selle töö juures, mis juba paljude aastatuhandate eest geomeetrilisi teadmisi nõudis. Mitte üksi maatükkide piiride ajamine ei ole talle vajaline, vaid ka üksikute põldude, niitude ja nende osade pinnasuuruse arvamine, nende ümbertükeldamine, loodimine, torutamine, kaardile kandmine. Siis küünide, vaatide mahutuse, heinakuhjade koguse mõõtmine ja arvamine, kraavidest väljatõstetava maa koguse ja koormaarvu rehkendamine — kõik see on põllumehele alalise tähtsusega; osavuse puudus nende küsimuste lahendamisel on kammitsaks tegevusel. — Meremehed ei saa kuigi kaugele rannast sõita, ilma et nurkade mõõtmist, kauguse hindamist, sihtide määramist tarvis poleks; kaugem meresõit nõuab aga põhjalikku geomeetria ja kaardi tundmist ja nende erilist käsitlusoskust.

Raske on käsitöö haru leida, kus geomeetria kasutoov ja isegi möödapääsmata ei oleks. Müürsepp peab osav loodimises, kaarte, võlvide loomises, müüri mahutuse hindamises j. n. e. olema, puusepp, laupsepp, kardsepp — kujude, mustrite loomises, ehitamises, nende suuruse arvamises, nurkade, kõrvnjoonte saamisel, osade passivuse saavutamises. Ainus pilk maalitud toaseinale, laele näitab, kui vajalik geomeetria tundmine maalrile on. — Pikem näituste ettetoomine võiks ülearune olla.

Nii ei saa geomeetria õpetamise sihiks ainuüksi formaalne ega utilitaarne haridus olla. Mõlemad peavad õpetusel tasakaalu viidud olema ja õpilast ka geomeetria kaudu kasvatama harmooniliselt arendatud isikuks ja ühiskonnale väärtusliseks liikmeks.

Nii on geomeetria suure tähtsusega üldharidusline õppeaine ja talle olgu kindlustatud vastav koht teiste õppeainete hulgas.

3. Geomeetria ja teised õppeained.

Kasvatusteadlased on muu seas ühe suure pahe kohta koolis tähelepanelikuks saanud, ja see on õpeainete sidumatus, nende liig suur erinemine, vastastikkune kokkupuutumatus. Iga õpeaine elutseb oma ette, esitab õpilasele kõike, mis tema täiusele tarvilik, ja kui ta hea õpetaja käes on, arendab õpilast ja mõjub ta ilmavaate kujunemise peale. Selle juures võib juhtuda, et üks õpetaja sede sama kordab, mida teine juba on teinud, või et mõnes küsimuses igaüks teise peate loodab, nii et küsimus täitsa käsitamata jääb. Sarnane nähtus ei ole koolielus mitte haruldane, iseäranis seal, kus õpetajad oma tegevust ei püüa kokkukõlasse viia. Tõsisem on lugu siis, kui ilmavaate küsimustes õpetajad igaüks iserada sammuvad ja kui need rajad tõsiselt lahku lähevad. Selle juures võib õpilane, üksikutelt õpetajatelt ilmavaate „killukesi“ saades, leida, et nad ühte ei sünni, ja siis seisab ta kurva ülesande ees — õpetajaid varakult arvustama hakata, ja omale iseseisvalt ilmavaade luua... Kui viimane ei õnnesta, on noor inimene koolist tulles ilma sisemise selguseta, tasakaaluta, sihtirajavale tööle kõlbmata. Elu parandab küll tihti kooli vead, kuid kool ei saa ennast sellega vabandada. Sellepärast on juba ammusti ajast nõutud ja kavatsetud kooli õppeainete koondust üksikute põhiainete ümber. Sarnased põhiained on väga mitmesugused olnud. Nende põhjapanevat tähtsust siin hindama hakata ei ole koht. Tähendame ainult, et tõepoolest teadus, inimkonna vaimuvara, üks on ja et tema üksikud harud alati üksteist toetavad ja täiendavad. Veel selgemini peaks see nähtus esinema kooli õpeainete vahekorras, sest kõik nad harivad ühti ja neidsamu kasvandikka, neidsamu vaime.

Õpeainetes enestes on loomulikult kõik andmed üksteisega kokkukõlasse saamiseks, üksteise täiendamiseks ja toetamiseks olemas. Geomeetrial ei puudu nad ka.

Kui üksikuid õppeaineid vaadelda, siis on

g e o m e e t r i a j a m a t e m a a t i k a
t e i s t e h a r u d e

vahel kokkupuutumine kõige suurem. Õieti on geomeetrial kõigist matemaatika harudest kõige enam eeldusi tähtsamat osa mängida, iseäranis algastmel. Matemaatika on õige abstraktne õpetus suuruste vahekorrast, nende funktsionaalsest olenemisest. Tema sirge ja peen ehitus on võimalikuks saanud ainult selle läbi, et matemaatilised mõisted üleüldiselt, abstraktselt võetakse, nii et juhusline sisu nende mõistmist et takista. See on üks puhta matemaatika väärtuslisematest omadustest, see teeb tema teaduste ideaalkujuks, tõstab tema mõtlemise, tõendamise ja uurimise m e t o o d i kohale.

See muidu esimese järgu väärtusega asjaolu on aga kasvatusealal õnnetuseks olnud. Abstraktselt mõtelda saab ainult see, kellel (abstraktsed) mõisted täie selguseni välja on arenenud, deduktiivne mõtlemiseviis on ilma selle eeltingimuseta koguni võimatu. Selle asjaolu unustasid matemaatika õpetajad ja õpperaamatute kirjutajad tihti. Lapsi „kisti“ algusest peale abstraktsesse ilma, ilma el keegi selle ilma avamise eest hoolt oleks kannud, sinna silda oleks püüdnud ehitada. Selleks sillaks oleks induktsioon. Tarvis on reaalsetest, meelelistest asjadest alata ja nende vaatlemise, igakülgse tundmaõppimise teel mõisteteni jõuda. Siit on selge, et selle jaoks kõige kohasemaks matemaatika haruks geomeetria on: ta ei ole nii abstraktne kui algebra ja arvamiseõpetus, ta ei vaatle suurusi üleüldse, vaid ühte teatavat suurust — ruumi. Arv ei ole tõepoolest mitte suurus ise, vaid suuruse mõõtmise saadus: kui meie hunnikus olevad herneterad ära loeme, siis mõõdame nende hulka ühega; saame, näituseks, 10, siis on see arv mõõtmise resultaat . . . Hulk ise on suurus ja hunniku kogus on suurus, nagu geomeetrias keha kogus, pinnasuurus, pikkus suuruseks on.

Enne kui tegevust mõõtmise saaduste (arvude) kallal alata, tuleks lihtsama mõõtmisega ja reaalsemate suuruste enestega tegemist teha. Geomeetria pakub selleks enam võimalusi kui arvamiseõpetus. Muidugi ei toonita meie siin, et arvamiseõpetuse algus kaugele edasi peaks lükatama, küll aga seda, et geomeetria ja arvamiseõpetus koos algaksid, esimestel õpeaastatel kokku liituksid, selle juures enam geomeetria laadi (kui reaalsemat), kui arvamiseõpetuse laadi kandes. Geomeetria algõpetus on matemaatikavalla loomulikuks „koduloks“, sest nii nagu viimane eneses kõigi loodusõpetuse, maaõpetuse ja ühiskonna-õpetuse alglõngu ühendab, nii sulatab esimene kõigi matemaatika harude alglõimed kokku.

Geomeetria ja koduloo ligidus on sellega silmanähtav, iseäranis kui geomeetria eelkursust silmas pidada. On isegi mõeldav sarnane ainete jaotus, kus geomeetria eelkursus — muidugi siis juba ühes arvamiseõpetusega —

kodulooga kokku sulaks, kuid et selle juures koduloo õpetuses raske oleks koondust luua, ainet ühe ideega ühendada ja matemaatika eelkursust tarviliselt silmas pidada, siis ei saa niisugust kokkusulatamist mitte soovitada. Küll ei tule ainete kokkupuutumist millaski mitte karta, ega „segiminekut“ piinlikult püüda ära hoida. Just vastuoksa, kui ained mõlemad ühe õpetaja käes on, võiks koduloolist õpekäiku ka geomeetria õpetamiseks ära kasutada. Seks ajaks kui kodulugu, näituseks, plaanidega hakkab tegemist tegema, peaks ka geomeetria eelkursuses selle aine juure jõutama, et koduloo õpetusel selle juures suuremat raskust ei tunduks ja tarvidust ei tekiks küsimust geomeetrilisest küljest eriti ette valmistama hakata ja sellega kodulooliste küsimuste omavahelist sidet lõdvendada. — Õppeviisi geomeetria eelkursuse õpetamisel tuleks üleüldiselt samasugust tarvitada, kui koduloo õpetamisel.

Geomeetria ja emakeel,

kui õppeained, puutuvad igal sammul kokku. Muidugi on emakeele õpetuse eri-ülesandeks hoolt kanda, et lapsed õieti rääkima ja kirjutama õpiksid, kuid geomeetria, nagu teisedki õppeained, võib selle juures talle toeks olla ja peab olema. Lohaka, korratuma mõtlemise juures oleks võimatu nõuda, et rääkimine korralisem oleks, ja korralise mõtlemise harjutamiseks saab geomeetria alati kaasa aidata. Muidugi on tarvis õpetajal enesel eeskujulikult rääkida ja lapsi aidata, et nad oma seespidisele ilmale keele- ja mõtteõige väljendusviisi leiaksid.

Esiteks, keel ise olgu tõesti emakeel. Meie õpetajad kes oma hariduse võõrakeelses koolis saanud ja varemalt ka võõras keeles on õpetanud, tunnevad teatavat raskust emakeeles teaduslise aine õpetamisel, iseäranis veel geomeetria õpetamisel, sest sellel alal puudus varem kirjandus peaaegu täiesti, ja emakeeles seda ainet õpetada tuli vast üksikutes koolides. Õpetajatel on sellega suur kiusatus aine tehnilist keelt lihtsalt tõlkida, olgu küll et selle juures emakeele puhtus, õigus ja ilu hävineb. Nii saadakse Vene keelest tõlkimisel laused: „võtame joone AB peal punkti O“; „laseme alla punktist O perpendikulaari joone KL peale“ järgmiste asemele „võtame joonel AB (ehk: „joon AB-l“) punkti O“; „tõmbame joonele KL punkt O-st ristjoone (ehk „perpendikulaari“) alla“. Samuti tuleb oskussõnade tõlkimist ette, nagu „õige nurk“‘ „õige paljunurk“ jne. — Eesti keel peaks ka geomeetrias Eesti keeleks jääma, teda võõra keele iseloomu järele murdma hakata on lubamatu, sest igal keelel on oma iselaad; nii ei saaks ka ükski võõras keel omakorda Eesti keele omapärasusi edasi anda ega tema kõnekäänusid sõna-sõnalt tõlkida. — Mis puutub oskussõnadesse, siis pole nendes veel ühtlust, kuid kindlasti tuleb võita hirm murdesõnade eest, kus nende tarvituselevõtmine paratamatu. Kurb on sarnane nähtus, kui valmi, puhtakujulise murdesõna asemele üht ja teist sõna pakutakse, seda uuena tuletades või koguni sealt võttes, kus sõna isegi teise mõiste tähendamiseks tarvilik. Nii on lugu Lõuna-Eesti sõnaga „õgev“. Vaatamata, et sõna sellekohast mõistet puhtal kujul edasi annab ja ammu õigekirjutuse-sõnastikus aset leidnud, püütakse teda välja tõrjuda, asemele pakkudes: „õige joon“, „sirge joon“, sihtjoon“, „otsejoon“... Juba see asemele antud sõnade kirju hulk näitab, et ükski nendest kohane ei ole. Lõunaeestlane tunneb väga teravalt, et nendest ükski „õgva“ mõistet otse ei taba, kuna ju needki sõnad lõunamurrakus olemas on, kuid koguni teises tähenduses kui „õgev“. Peatasin sellel näitusel kui iseloomulisel. Samasugune lugu kordub „sõõr’iga“, „siir’uga“.

Keele tarvitamisel geomeetria tundidel tuleb iseäranis tähele panna küsimist ja vastamist. Küsimused olgu selged ja lühikesed, nii et nendest küsimise tulepunkt selgelt välja paistaks. Vastuste kohta on harilikult maksnud nõue, et nad täielikud oleksid. See üleüldiselt soovitav asjaolu ei pea aga mitte lastele koormaks saama, ei pea põhjust andma alaliseks elava töötamise või mõttekäigu katkestamiseks. Mõnikord tuleb leppida ühesõnalise vastusega, kui see aga küsimuse tulepunkti tabab. Viimane nõue on palju tähtsam, sest temas on korraliku mõtlemise pant... Pealegi näitab tulepunkti mittetabav vastus tihti, et küsimusest ekslikult aru on saadud. Muidugi maksab küsimuste kohta see nõue, et nad õpilasele tööruumi, mõtlemisainet peavad andma, kuid see on ülddidaktiline nõue ja ei ole emakeele küsimusega ligidas ühenduses. Õpilaste keelevigu parandades tuleb ettevaatlikult talitada, tähele pannes, et selle juures tööröõm ei hävineks ja et õpilastele võimalus jääks vigu ise märgata ja ise parandada. Kui laps küsimuse: „Mida nimetatakse ruuduks?" näituseks nii vastab: „Ruuduks nimetatakse täisnurgelist, millel kõik küljed ühepikkused ja kõik nurgad ühesuurused", siis ei ole ju siin midagi ekslikku, kuid korralikuks seda vastust pidada ei saa... Aidata võiks uute küsimustega: „Kui suured on ruudu nurgad?", „Missugune omadus on täisnurkadel?", „Kas täisnurgelise nurgad võiksid ka mitte ühesuurused olla?" või m. m. Üleüldse tuleb tähendada, et geomeetrias vastuses tarvilise sõna ärajäämine vahest vähem puudus on, kui ülearuse sõna ette toomine, sest viimane asjaolu tahab tõendada, et küsimust ei ole õieti mõistetud. Iseäranis hädaohtlikud on ülearused sõnad ülesannete lahendamisel, sest nad võivad ülesannet kui ka vastust tumestada või sisuliselt muuta.

Geomeetria ja joonistamine

on varemalt koolis isegi liig seotud olnud. Nii on joonistamist geomeetria abil õpetatud (tuletame meele mustrid, kus näituseks geomeetrilistesse vormidesse valatud majad, asjad, mitmesugused geomeetrilised ilustused, randid õpilaselt järeltegemist nõudsid) ja geomeetriat joonistamise abil. Viimane oleks ehk enam õigustatud, sest joonistamine on praegugi üks tähtsam geomeetrilise kujundamise abinõu. Geomeetriat aga joonistamise aluseks seada ei luba uued voolud joonistamise metoodikas. Küll harjutavad mõlemad ained silma, küll toetavad nad üksteist kujude leidmises ja hindamises, kuid see on samalaadiline kokkupuutumine, kui geomeetria ja emakeele vahel. Mõned joonistamistööd ulatavad nüüdki sügavamalt geomeetriasse, nagu näituseks perspektiivne joonistamine.

Geomeetria ja geograafia

on keskajal, nagu juba teame, isesuguses ühenduses olnud. Ajalooliselt on geomeetria geograafia eduks väga tuntavalt kaasa aidanud. Mõõtmised maakeral, ilmaruumis, täpipealsed geomeetrilised arvamised tegid võimalikuks esimese järgu tähtsusega leidused ja küsimuste lahendused kosmograafia ja geoloogia alal. Kooli geograafias mängib geomeetria praegugi suurt osa. Kraadivõrk maakeral on lastele raskelt mõistetav, niikaua kui tema arusaamist geomeetrilisel teel ei ole ette valmistatud. Kaartide joonistamine, vähendatud mõõt on kergelt võidetavad teemad, kui geomeetrias joonte vahekorrad ja nurgeliste taolus tundma on õpitud. Geograafia matemaatiline ja geoloogiline osa saaks ilma geomeetria toeta koolis esineda ainult dogmaatiliselt, sest õpilased peaksid andmed maakera suurusest, päikese ja kuu kaugusest maakerast j.n.e. vastu võtma, toetades ainuüksi õpetaja autoriteedile, või koguni kaheldes, sest loomulikult peaksid nad küsima: „Kuidas neid kaugusi mõõta võidi, kui keegi ei kuule ega päikesele ei ole saanud?“ — Juba lihtsamad geomeetrilised võtted lubavad siin mõndagi mõista ja isegi omal näha ja mõõta.

Ka

geomeetria ja looduslоо

vahel on ligidane kokkupuutumine. Eluta loodus pakub huvitavaid kristallikujusid geomeetriliseks vaatlemiseks ja uurimiseks, elav loodus näitab igal sammul sümmeetriat (taime lehed), paralleelsust ja perpendikulaarsust (taimede tüved) j.n.e. Füüsikas nõuab peaeegu iga nähtuse selgitamine geomeetrialt tuge (kiirte peegeldumine, murdumine, jõudude liitumine j. n. e.).

Kõigest sellest selgub, et geomeetria koolis mitte eraldatud teaduseharuks ei ole, vaid temas kui süsteemi oluline osa esineb.

4. Millal geomeetria õpetamisega algust teha?

Seda küsimust ei ole meil enam raske vastata, sest eelminevas peatükis nägime, et geomeetria eelkursus, kui „matemaatiline kodulugu“ algusest peale koolis peab olema. Küsimus on meile oluliselt tähtis ja teda otsustatakse mitmeti, sellepärast olgu meele tuletatud veel kord ka metodistide arvamised.

Komenius, nagu tähendatud, rääkis: „Geomeetrias hakkavad lapsed juba 3-dal eluaastal mõistma, mis suur ehk väike, lühike ehk pikk . . . 4-dal eluaastal võivad nad mõndagi kuju nimetada... ; nad hakkavad ise juba ka mõõtma, kaaluma, võrdlema.“ Emakeele koolilt nõuab Komenius pikkuse, laiuse, kauguse j.n.e. korrapäralist mõõtmist . . . Harnisch ütleb: „Tehtagu harjutusi kehade valmistamises ja joonistamises joonlaua ja sirkli abil; need kaks instrumenti, kaks geomeetria kätt antagu lastele juba varajases eas; äranägemine on mind seda uskuma pannud.“ — Peters: „Näitlik geomeetria õpetus sündigu õieti k o d u s ehk l a s t e a i a s (infantschool), kõige hiljem — alamas ettevalmistusklassis. Selle-ealistele lastele (4 kuni 7 aastani, kõige enam 8 aastani) võib ta üheks kõige huvitavamatest, kasulikumatest tegevustest olla“. Herbart leiab, et nähtus, nagu oleks matemaatiline anne laste juures haruldasem kui mõni teine, tuleb hilisest ja hooletumast algamisest . . . Sarnaseid arvamisi võiks veel palju ette tuua, kuid see viiks meid liig kaugele. Mõistetav on, et pedagoogid, kes asja üle sügavamalt järele mõtlesid, ühele arvamisele tulid: geomeetria õpetamisega tuleb varakult algust teha. Ja selles mõttes on olnud kõik metodistid, kes uuemaid geomeetriakursuse käsitusi otse laste jaoks määrates läbi töötasid. Kõike seda põhjendab juba osalt puudutatud geomeetriliste teadmiste ja metoodide tarvidus teiste õpeainete õpetamisel. Sennises algkooli kursuses on mõnes õpeaines kohad, millega kool hästi hakkama ei saa. Neid kohti ligemalt silmitsedes, ei ole raske mõista, mis siin puudub. Geograafias on sarnasteks kohtadeks, nagu juba tähendatud, maakera, päikese, kuu ja tähtede vahekord ja seis ilmaruumis, kuu ja päikese varjutus, kraadivõrk maakeral j. n e.; arvamisõpetuses — pinnamõõdud, ruumimõõdud, pinna- ja ruumiarvamine, loodusloos — kristallograafia j.n e. Kerge on aru saada, et nende küsimuste juures õpetaja lastega niisugustele kohtadele jõuab, mis hoopis isesugust, omapärast, iseseisvat käsitust vajavad. Need kohad nõuavad geomeetrilist käsitust, nad on geomeetriast pärit. — Teiseks: arvamisõpetuse algelemendid, algtehted põhjenevad osalt geomeetrilisel alusel või tarvitavad vähemalt geomeetrilist pilku. Nii näituseks on normaalsed arvukujud geomeetrilised ja ainult kui niisugused on nad kogu arvuilma põhjaks. Kokkuarvamine, mahaarvamine j n. e. on geomeetriliselt arusaadavamad ja loomulikumad kui arvuvallas, kus õieti teise astme abstraktne protsess käsitusel (esimene aste — suuruselt arvule, teine — arvult arvule). Mõõtmine ja mõõdud, kui neid lastele ette kantakse, peavad pedagoogiliste seaduste järele esinema; töö, läbielamistega, kõigi meelte koostöötamise abil peab neid tutvustatama; ja selleks tutvustamise ajaks peab kas arvamisõpetus geomeetriaks muutuma, või geomeetria, kui uus iseseisev õpeaine, mis küll arvamisõpetusega ligidas ühenduses, juure tulema. Et viimasel oma hoopis isesugused metoodid on, siis on silmapilksed ringreisid geomeetria valda teiste õpeainete õpetamisel rasked teostada ja jäävad harilikult ära.

Otsustava sõna geomeetria-õpetuse alguse kohta ütleb muidugi katseline kasvatusteadus ja katseline hingeteadus. Juba nüüd võib otsust ette aimata. Olgu näituseks toodud üks asjaolu. — Geomeetria saab kahtlemata reaalsuurustele ligemale minna kui arvamisõpetus, ta mõõdab neid, katsub neid, kujundab, saavutab . . . Selle juures paneb laps oma lihaksed tööle, ta liigub, liigutab ja puutub liikumisega kokku. Kõige selle tähtsus on aga lapse arenemisloos otsatu suur. Nii tõendab terve rida Ameerika kasvatusteadlasi (osalt James Hall'ile ja Wundt'ile najades) „Lapse mõte ei ole millalgi väljaspool ühendust musklitega, igal ideel on oma liikumislik külg; . . . ettekujutus ei ole täielik, enne kui ta realiseerub teos . Aju kõrgemate valdade arenemine nõuab, et esiteks kasvatusteaduslisel sihikindlalt harjutataks liikumise keskkohti, sest et nemad esimestena tegevust algavad. Kui neid hooletusesse jätta, siis ei saa ka kõrgemad keskkohad, mis teatud mõõdul neist rippuvad, mitte millaski täiesti areneda" (Donaldson). „Tegevus on vaimlise arenemise tingimuseks" (Jadd). „Lihakseline asja tundmaõppimine oli inimessoo algteadmiseks, ja ta on igasuguse tõsise tundmaõppimise, uurimise aluseks iga üksiku inimese juures". Muu seas kirjutab B. Branford : „On tarvis tähendada, hariduslisi sihte silmas pidades, et lihaste liigutuste ning kompamismeele märkamised — nagu oletada tuleb — arenevad ammu enne nägemismeelt. Juba siit võime mõista sügavamat tähtsust, mis liikumisel ja kompamismeelel ruumimõiste meie teadvusesse viimisel on . . . Otsekohene mõistlikkus nõuab, et meie nendele põhjapaneva koha geomeetria õpetamisel annaksime".

J. Faussek kirjutab, tähelepanekutest M. Montessori „Lapse majas" Roomas rääkides, et lapse tung asju kätega katsuda on seletatav kui tung „kustutada määratumat janu kokku puutuda välise ilmaga, mis igas lapses otsatu suur on . . . Laps joob, kui nii ütelda võib, janukate lonksudega kuni rahuldumiseni."

Arusaadav, et geomeetria ühes vastavate talituste ja tegevustega selle juures enam õpetuse algule sünnib kui oma loomu poolest abstraktne arvamiseõpetus.

Nii siis geomeetriaga alatagu algkoolis esimesest aastast peale. Muidugi peab siis „geomeetria“ all mõistma tema teisi harusid peale kujuõpetuse, geomeetriat „koduloolises“ kuues, geomeetria eelkursust.

5. Eelkursus ja põhikursus.

Ühes nõudega, geomeetria õpetamist kasvatusteaduse nõuetega kokkukõlasse viia ja temale algkoolis kohta muretseda, tekkis ka mõte geomeetria õpekursust kaheks õperingiks (kontsentriks) jagada. Vaidlused säärase jaotuse vajaduse ja otstarbekohasuse üle ei ole veel lõppenud, kuid tegelikult on ta õige laialt juba läbi viidud. Alguses oli kumbki kursus ise-koolitüübi jaoks määratud: näitlik geomeetria — rahvakooli jaoks, spekulatiivne geomeetria (süstemaatiline kursus, soliidne geomeetria, kujuõpetus) — keskkooli jaoks. Sisulise ühtluse läbitungimisega koolidesse omandavad mõlemad kursused enam ja enam kontsentrite laadi, mis üksteisele järgnevad.

Niisuguse jaotamise tarve selgub juba sellest, et deduktiivselt ülesehitatud geomeetria algastmel arusaadav ei ole; see aste aga, nagu juba nägime, vajab siiski ka juhatamist kujude valda. Nagu paljud teisedki ained pedagoogiliste nõuetega kokkukõlas jagatud on kaheks kontsentriks, millest esimene lihtsama ainega ja konkreetsemalt tegemist teeb ja vähem hoolitseb süsteemi täiuse eest kui teine kontsentr, nii tuleb ka geomeetriaga teha. Esimene kursus annab õpilasele võimaluse tutvuneda selle kitsama ümbruse geomeetrilise küljega, kus ta elab ja areneb. Selle kursuse kestusel kogutakse näitlikul teel teadmisi kujust, suurusest ja asjade vastastikusest seisust, süvendatakse ruumi mõistet, arendatakse lapse loovat ettekujutusvõimet ja osavust, oma ruumikujude poolest rikastatud vaimuilma tarviliselt sõnas ja kujus väljendada. Selle juures valmistatakse aegamööda ette leidma geomeetrilisi tõdesid, tabama sidet nende vahel, harjutades jõukohasel ainel loogilist mõtlemist. Kõik aeg jääb õpilane kõige ligemasse ühendusesse elu ja loodusega. Loov vaimline ja kehaline töö seatakse siin kõige kasutoovamasse ühendusesse. Sarnase kursuse vastu vaidlevad mõned veel praegu (A. Genau), ette tuues asjaolu, et nagu teiste õpeainete õpetamisel lubatud ei ole praktilist ja teoreetilist kursust lahutada (alg- ja keskkoolis), nii ei peaks see lubatud olema ka geomeetrias. Selle paljukaaluva tähenduse puhul peab aga meele tuletama, et ka geomeetria süsteemaatiline kursus kindlasti praktiliseks peab jääma, olgugi et ta enam teaduslist süsteemi, loogilist järjestust silmas peab pidama. Töö, tegevus peab ka siin põhi-õpevahendiks olema, kursus ise saab aga sügavam, nõudlikum, puhtloogilisem olla. Selle kursuse ülesehitus võib sisuliselt deduktiivne olla, sest selle mõtlemisviisi harjutamiseks on geomeetria aine õige kohane.

Et ometi esimese ja teise geomeetriakursuse vahel vahe enam pedagoogiline kui teaduslik on, siis on asjata esimest kursust erinimetusega (näitlik geomeetria, induktiivne geomeetria, praktiline geomeetria või m m.) tähendada. Kui meie teda sõnaga „eelkursus“ tähendame, siis püüame rõhutada peaasjalikult tema esimest kohta kahe kursuse järjekorras. Teisele kursusele „põhikursust“ nimeks andeks tahame näidata, et siin põhjalikuma töö juures see töö, mis alg- ja keskkoolil geomeetria alal teha, lõpule viiakse.

Niihästi eelkursuse kui põhikursuse käsitamisel ei tule unustada, et teravat vahet nende vahel ei ole; millalgi ei tule karta põhimõtteid, mis ühe kursuse juures mõõduandvad, osaliselt ka teise juures maksma panna Nii oleks lubamatu eelkursuse kestel ettetulevat kohast juhust tarvitamata jätta, et lapsele võimalust anda deduktiivset mõtlemist proovida. Põhikursuse käsitamisel ei tule samuti karta induktsiooni (mis kohati nii kui nii möödapääsmata tarvilik), tegelikku mõõtmist, liikumist, kui harjutus- või tõendusvahendit. Ülearu praktiline ei saa kool millalgi olla.

6. Aine valik.

Geomeetriat kui teadust ei ole võimalik alg- ega keskkoolis õpetada. Tema laialisest aineaidast peab kooli jaoks valima seda, mis kasvatusliselt kõige väärtuslisem. Siin võiks järgmised nõudmised üles seada. Esiteks — ainel olgu eluline väärtus, sest iga praktiliselt väärtusline aine laseb ennast nii käsitada, et ka formaalset õpe-eesmärki tabatakse. Tegelik elu olgu geomeetria-õpetuse lähtekohaks ja ka sihiks koolis. Sellest vaatekohast tuleb aine valimisel välja minna. Millel ainult puht-teadusline väärtus on, see jäägu koolist välja. Tegelikult väärtuslisest teaduse materjaalist puudust ei tule. Muidugi ei pea siinjuures geomeetria püüdma mingisugusele teatud ametile ette valmistada. „Koolis ärgu õpitagu teooriat praktika jaoks, vaid praktikat teooria jaoks“ (Falke). Teiseks olgu käsitatav aine vastav lapse arenemisele. Kahe kontsentri tõttu ei ole raske seda läbi viia, kuid ka igas kursuses eraldi olgu teatud õpeaasta kohta aine korraldatud laste jõule ja huvile vastavalt. Selge on, et esimese õpeaasta ja teise õpeaasta vahel aine valimisel — muidugi ka käsitamisel — kindlat vahet tuleb teha. Silmas pidada tuleb ka seda, missuguses ümbruses laps elab: linna lapse huviala ei lange maalapse huvialaga ühte. Esimeste õpeaastate jaoks saab vaevalt loomulikuks pidada kahe kooli jaoks ühesugust aine valikut. Selles mõttes on lugu geomeetria eelkursusega samasugune kui kodulooga.

Kolmandaks: teaduslisest ainest valides tuleb eesõigus küsimustele anda, millel laialisem põhimõtteline, põhjapanev tähtsus. Säärased küsimused avavad sügavamad põhivaated ja võimaldavad rikkamat järeldamist. Täitsa arusaamatu oli, näituseks, Vene keskkooli geomeetria õperaamatutes Cavalieri põhilause puudumine, kuna palju tühisema ja kitsama tähtsusega küsimused põhjalikku käsitust leidsid.

Neljandaks ärgu kardetagu aine valikul teadusharude segiminekut. Nii on mõttetu mingisuguse süsteemi puhtuse ning täiuse pärast keskkooli klassides seda, mis trigonomeetriliselt hõlpsasti tõestatav, ka geomeetrias igasuguste raskustega võideldes tõestama hakata, või ümberpöördult.

Lõpuks tuleb aine valimisel silmas pidada, et ei tohi püüda liig palju ja laialt õpetada. Parem on midagi tõesti väärtuslikku n i i kindlasti ära õppida, et see õpilase hinge väärtusliseks sisuks saab, kui püüda mingisuguse „täielikkuse" või „põhjalikkuse" mõttes lastel siit ja säält natuke nippida lasta.

7. Üldised nõuded kujulooliste elementide käsitamisel.

Kujulooliste elementidena esinevad geomeetrias ruumikujud, geomeetrilised mõisted ja näitlikult leitavad geomeetrilised tõed.

Nende käsitamisel tuleb silmas pidada järgmisi üldisi nõudmisi:

1. Anda tuleb ainult õigeid mõisteid, õigeid kujusid ja „õigeid tõdesid". Anda võib elementaarselt, lihtsalt, mitte-põhjalikult, kuid see, mida antakse, ei või mitte teaduse vaatepunktilt v a l e olla. — Sarnaseid mõisteid, mis mis mitte puhtgeomeetrilised ei ole, nagu „loodis", „kaalus", „alumine külg", „kaldsiht" — ei tarvitse karta, olgugi et mõned metodistid rõhuga nõuavad nende kõrvaldamist geomeetriast. Nende mõistete tarvitamine ei tee mingisugust viga, küll vabastab keele ja teeb ülesannete ja juhatuste andmise lihtsamaks. Puhta teaduse seisukohalt

ei oleks ju ka harilikult tarvitatavad joonistused lubatavad, sest nendes ei esine millaski geomeetrilised jooned, vaid füüsilised.

2. Ruumikujude ja mõistete arendusel tuleb lähtekohaks alati kas mingisugune objekt või mingisugune tegevus võtta ehk mõlemad koos. Nii võime, näituseks, joone mõiste ühel kui teisel teel saada: jooni kehadel üles otsida, või neid liikumise teel saada — sõrmega õhus, pliiatsiga paberil, kriidiga tahvlil. Käesoleva näituse korral tuleb viimast viisi (tegevust) kohasemaks pidada, sest esimene viis tarvitab juba suurt abstraktsiooni osavust, kuna teine joone reaalsemaks, lapsele mõistetavamaks, isegi palju huvitavamaks teeb. Olgugi et lapsed tõmmatud joont esiotsa füüsiliselt võtavad, kuid nad võtavad teda siiski joonena, kuna kehal leitav joon kas nendele täitsa mõistmatuks jääb või samuti füüsilisena esineb, välja arvatud üksikud juhtumised, kus lapsel erilised abstraktsele mõtlemisele kalduvused on. Pealegi ei ole tõmmatud joon — liikuva punkti mõeldav jälg — teaduslikselt ekslikum kui kehal leitav joon (pinna piir).

Mõistete olulised tunnused tulevad lastel ise leida, objekti kallal tarvilisi talitusi — võrdlemist, mõõtmist, kujundamist, lahutamist — toime pannes. Selle juures on mõnikord väga tähtis lahkuminevaid mõisteid korraga selgitada, et olulised tunnused kergemini silma torkaksid; nii on kolmnurga mõiste selgitamisel väga tarvis kolmnurka nelinurgaga kõrvuti seada ja üht kui teist vaadelda kui ka nimetada.

3. Mõistete piireldustel (definitsioonidel) ei ole algastmel suuremat väärtust ega tule neid kindlal loogilisel kujul nõuda. Isegi niisugune küsimus kui: „Mis on ruut?“ on liig surnud, kuiv, präditseeriv moment temas on liig tume. Lastele ütleb küsimus: „Kuidas tekib ruut?“ või: „Mida nimetame ruuduks?“ juba palju enam.

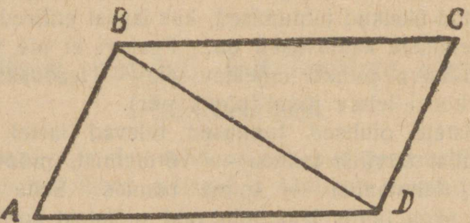
Geomeetriliste tõdede leidmine algastmel käib sama rada kui ruumikujude ja mõistete selgitaminegi. Sellest ligemalt allpool.

8. Teoreemide käsitamisest.

Teoreemide käsitamisel võib koolis kahte teed käia — teaduslist või näitlikku.

Teaduslisel käsitamisel võib talitada omakorda kahte viisi. 1. Õpilased ühes õpetajaga asuvad teatud kuju vaatlemisele, uurimisele, märgivad ära kõik teadaolevad omadused (andmed) ja nendest ning nende kõrvutiseadmisest loogilisi järeldusi tehes jõuavad teatud oletuseni, mis sellega kui teoreem tõestatud on, või 2. teoreem võib valmil kujul antud olla ja tarvis on teda ainult tõestada.

Esimene käsitus on oma olu poolest eestkätt induktiivne: üksik-tõed, üksikandmed lubavad vastastikkuseadmisel oletada uut üldsemat tõde. See on ülesleiduste tee ja sellega väga väärtuslik. Mõtte arenevale käigule



Joonistus 1.

vastavalt nimetatakse teda veel geneetiliseks käsituskäiguks. Teine käsitus on oma olu poolest deduktiivne: tõde on leitud, kuid et näidata, et tema juures kahelda ei tule, et teisiti olla ei võigi, tuleb teda varem teadaolevate tõdede „alla viia“, näidata, et ta nendest loogiliselt järgneb.

Et mõlemaid käsitusi ligemalt selgitada, võtame näituse.

Õpilaste ees on kõrvuküljgne nelinurk (parallelogramm); nad on ta ise saanud kaht kõrvujoont teise kahega läbi lõigates (joon. 1 ABCD). Teada on sellega, et AB || CD ja BC || AD.

Kõrvukülgses nurkjoont BD tõmmates saadakse kaks kolmnurka: ABD ja BCD. Kogu kujutust uurima hakates (nurki, külgi ja kolmnurki võrreldes jne.) ei ole raske järgmisele harutusele juhtuda:

AB ning DC on kõrvu, ja BD lõikab neid läbi; sellepärast peab $\angle ABD$ võrduma $\angle CDB$-le; AD ning BC on kõrvu, ja BD lõikab neid läbi; sellega on selge, et $\angle ADB = \angle CBD$.

Et kolmnurkades ABD ja BCD külg BD ühine,

$$\angle ABD = \angle CDB \text{ ja}$$
$$\angle ADB = \angle CBD,$$

siis järeldame, et $\triangle ABD = \triangle BCD$.

Kui nurkjoone AC tõmbame, leiame — samuti harutades —, et $\triangle ABC = \triangle ACD$.

Sellega on järgmine tõde leitud: „*Nurkjoon jagab kõrvukülgse kaheks täissarnaseks kolmnurgaks*".

Sama kuju uurides võib kindla oletuseni jõuda: „kõrvukülgse vastasküljed on paaristikku ühepikkused"; „kõrvukülgse vastasnurgad on ühesuurused"; „kõrvukülgse nurkjooned jagavad üksteist pooleks" j. n. e.

Geneetiline käsitusviis viib tihti mitme teoreemi juure välja. See ilma kindlasti silma ees oleva eesmärgita sõudmine paistab selle käsitusviisi puuduseks olevat, kuid ei saa unustada tema väärtuslisemat külge — *siin leitakse uusi tõdesid*. Iseseisev tõdede leidmine aga võib enam kui miski muu õpilasi julgustada, tööle, tähelepanemisele, otsimisele ergutada. Et selle juures tähelepanu enam koondatud oleks ja tagajärjed seda kindlamad, on soovitav õpilastele mõnda juhtivat küsimust ette panna, lõpusihti aimata lasta. Selle juures kaotab käsitusviis sugu omast puhtusest, kuid ta ligineb sellele teele, millel ülesleidused tehtud on: ülesleidjagi saab tihti julgustust aimdusest, seab omale esialgsed hüpoteesid üles, ja läheb siis seda julgemini oma eesmärgi poole. Sellega oleks säärane käsitusviis veel enam „geneetilise“ nime ära teeninud.

Deduktiivse käsituse näitus.

Antud on lause: „Nurkjoon jagab kõrvukülgse kaheks täissarnaseks kolmnurgaks“. Tema tõestamisel võib käia sünteetilist või analüütilist teed. Sünteetilist teed minnes pöörame tähelepanu andmetele.

Antud on (joonistus 1), et nelinurk ABCD on parallelogramm, s. o. et temas

$$AB \parallel CD \text{ ning}$$
$$BC \parallel AD, \text{ ja}$$

tarvis on tõestada, et $\triangle ABD = \triangle BCD$. Kui $AB \parallel CD$, siis $\llcorner ABD = \llcorner CDB$, kui $AD \parallel BC$, siis $\llcorner ADB = \llcorner CBD$. Sellega on kolmnurkadel ABD ja BCD külg BD ühine, selle külje juures olevad ühe kolmnurga nurgad on teise kolmnurga vastavate nurkadega ühesuurused; siis on aga kolmnurgad ise täissarnased.

Analüütilise tõestuse juures pööartakse tähelepanu oletusele.

Tarvis on tõestada, et $\triangle ABD = \triangle BCD$ (sama teoreem).

Selle juures katsub mõte loomulikult ühte kolmnurkade täissarnasuse tunnust siin tabada. Et mõlemal kolmnurgal üks külg ühine (nurkjoon BD), teiste külgede pikkuse kohta andmed veel puuduvad, siis oleks tarvis oletada võida, et ühe kolmnurga kaks nurka vastavalt teise kolmnurga kahele nurgale võrduks; selle juures peaksid need nurgad ühise külje juures olema. Nurgad ABD ja CDB on tõesti ühesuurused, sest $AB \parallel CD$ (sest ABCD on parallelogramm), kuna BD neid läbi lõikab; ka nurgad ADB ja CBD on ühesuurused, sest $AD \parallel BC$, kuna BD ka neid läbi lõikab. Sellega on kõik andmed kolmnurkade ABD ja BCD täissarnasuse oletamiseks olemas.

Õperaamatutes tarvitatakse harilikult deduktiiv-sünteetilist tõestust. Klassis ei ole tema tarvitamine soovitav. Seal on geneetiline tõestusviis, nagu eespool-öeldust järgneb, kõige kohasem; on aga teoreem juba leitud (või antud), siis on tarvis analüütilisel teel tema tõestuseni jõuda. Kordamisel võib ka sünteetiline käsitus esineda. Sellepärast ongi õperaamatus ka viimane käsitusviis õigustatud.

Teoreemide käsitamisel klassis on soovitav (algastmel aga tingimata tarviline) tarvitada heuristilist ettekande-viisi. Geneetiline ja analüütiline käsitusviis on selleks väga kohased. Küsitelu, seesmine arendamine ergutab õpilasi isetegevusele, nii et niihästi tõendus kui ka teoreemi lõpukuju nende oma töö viljaks võib olla. — Ettelugemise viis on geomeetrias kõige vähem omal kohal.

T e o r e e m i d e n ä i t l i k k ä s i t u s vastab eelkursuse nõuetele, kuid võib ka põhikursuseski ette tulla. Algastmel ei saa teaduslikust käsitusest palju juttu olla. Nagu ajaloost teame, on seesugustel katsetel ka kesk- ja kõrgemateski klassides üsna kurvad tagajärjed olnud. Kuid, nagu juba kord tähendatud, ei tee viga, kui üksikute õige kergete (tõestuse mõttes) teoreemide jaoks lapsed ka deduktiivse tõestuse leiavad, iseäranis, kui õpetaja seks paraja momendi oskab valida. Sarnane juhus võiks (näituseks) niisugustes tingimustes esineda: õpilased leiavad tõdesid kõik aeg mõõtmise, võrdlemise, arvamise teel . . . Nad näevad — ja usuvad. Nad näeksid järelepärimisel ka seda, et „kui ühe kolmnurga kaks külge ja nende vahel olev nurk teise kolmnurga kahe küljega ja nende vahel oleva nurgaga ühesuurused on, siis need kolmnurgad täissarnased on“, kuid et klass — oletame — hästi edasi on jõudnud, alati õpetajast hästi on aru saanud, siis tahab viimane õpilastel seda juba ette näha lasta (ilma väljalõikamiseta ja võrdmiseta), ja tähendab korraga — „see ei saagi teisiti olla (muidugi on parem, kui mõni õpilane ise selle leiduse teeb), sest kui meie ette kujutame, et me selle kolmnurga (ütleme „punase“) nii teisele asetame, et külg . . .“ Edasi võib järgneda harilik harutus, kusjuures rõhk võibki tähelepanekule jääda, et „teisiti ei võigi olla“ . . . Kui nüüd lapsed lõpuks ikkagi joonistades, välja lõigates ja tegelikku võrdlust ära tehes näevad, et nende oletus täitsa õige oli, siis ei ole raske nendel ennast väikestena ülesleidjatena või prohvetitena tunda lasta. — Tähendan aga veel, et sarnane võte õnnestab siis, kui klass alati õpetajale kergesti kaasa on läinud, s. o. kui ta juba teisel teel tarviliselt ette valmistatud on.

Üldiselt aga tuleb algastmel ka teoreeme näitlikult käsitada. Tõestuseks selle juures on loomulikult katse (võrdlus, mõõtmine, ehitamine j. n. e.). Kuid siingi on mitmesugused teed võimalikud. Olgu, näituseks, tarvis tõestada, et kolmnurkade summa kaks täisnurka (ehk 180 kraadi) on. Kui paberist kolmnurk välja lõigata ja kõik ta nurgad aluse juure kokku tuua (ühiseks tipuks on kõrgusjoone aluspunkt), võib näha, et nad samase summa annavad kui nurgad, mis ühel pool õkva joont asuvad ja millel sellel joonel ühine tipp on, see on — 180 kraadi. Sama otsuseni võib aga ka kolmnurkade nurkade mõõtmise saaduste kokkuarvamise teel jõuda.

Tuleb tarvitada ühte või teist teed või koguni mõlemaid, selle järele kuidas õpetaja kohasema leiab. Võimalik on, et õpilased iseseisvalt ühel teel oletuseni tulevad, siis on teine tee järeleproovimiseks tagavaraks.

Ei ole sünnis väiteid ette tuua, mida nägelikultki tõestada võimata.

Peale puhtgeomeetriliste väidete võivad õpilased eelkursuse kestusel ka vabamaid (üldsemaid) leidusi teha, näituseks: „Ühesuguste taimede lehed on omavahel (peaaegu) taolised, mitmesuguste taimede lehed aga mitte“. Sarnaseid leidusi tuleb tarvilise lugupidamisega vastu võtta ja vastavalt ära kasutada.

9. Geomeetriline kujundamine.

Last ümbritseva kujudevalla igakülgseks mõistmiseks ei ole sellest küllalt, et õpetus näitlikuks tehakse, sest vaim töötab selle juures ainult vastuvõtvalt; sellele peab lisaks tulema kujude järelloomine, vastuvõtete välisilmale „tagasiandmine". Tarvilik on see juba sellepärast, et järeletegemine näitlikkust täiendab, aga veel enam sellepärast, et ta järele katsuda laseb, kui õieti kujud nähtud ning mõistetud on, missugused puudused on vastuvõttes olnud, kust kohalt neid tuleb parandada ja täiendada. Peale selle aitab järeletegemine õieti vastuvõetud kuju paremini meelespidamises jäljestada. Nagu tähendatud, on mõistetele kui ka kogu vaimutegevusele musklimeele ja kompamismeele kaasabi põhjapaneva tähtsusega. Siis veel: käed, kui täidesaatvad orgaanid, peavad küllalt osavad olema, muidu maksavad kõige paremadki ideed õige vähe. Selleks peab aga laps juba varakult harjuma oma mõtteid teostama.

Kujundamine võib õige mitmesugune olla. Kõige tähtsam oleks — lihtne t e g u. Kui laps sõrmega õhus joont tõmbab, kui ta meetri pikkust näitab, arvatava kilomeetri pikkuse läbi käib, siis on ta teos teatud geomeetrilise mõiste väljendanud. Õieti kuulub selle kujundamise hulka ka õhukehade kätega „väljalõikamine", joone tähitsemine kaasõpilaste reaga j. n. e.

Päris ruumikujude — kolmemõõteliste — kujundamiseks on kõige kohasem voolimine savist või plastiliinist, mudelite valmistamine puust, papist, paberist, kartulist, seebist, liivast, mullast. Selle juures ei või unustada, et e i o l e n i i t ä h t i s seda ehk teist m u d e l i t saada — ja kui see juba olemas on või üks laps selle valmistanud, siis üldine valmistamine ära jätta — k u i k u j u n d a m i s p r o t s e s s i s e. Tarvis on, et lapse oma seesmine ilm oma käte vahel väljenduse leiaks, muidu ei ole kujundamise ülesanne täidetud.

Ehk küll joonistamine nii täielikult kuju väljendada ei suuda, kui modelleerimine, tuleb tedagi üsna vara tarvitama hakata. Esiteks, sellepärast et ühe- ja kahemõõtelised kujud ennast kergesti joonistamise abil väljendada lasevad, ja teiseks, et lapsel igal sammul ka kolmemõõtelisi asju tasapinnal kujutatuna (pildid, joonistused) näha ja mõista tuleb. Lihtsate geomeetriliste ruumikujude väljendamine on sellele haeks ettevalmistus-abinõuks, kuid seesugune väljendus ei saa, kui raskem, üheks esimesest olla. Lõbusamaks ja huvitavamaks vahendiks lastele, kui joonistamine, on pindade katmine värvilise paberiga kujundamise otstarbel.

Puhtgeomeetrilise joonistamise juures, mida tarvitatakse kujutusülesannete lahendamisel, on peale muu nõudeks, et joonistamine võimalikult korralikult sünniks, joonistused võimalikult täpipealsed saaksid. Selleks on tarvis korrashoitud joonistusabinõusid (joonistussulg, joonlaud, sirkel, mall, nurklaud . . .) ja osavust nendega ümberkäimisel. Juba rahvakooli kõrgemates klassides tuleb sellepärast ka selle kujundusviisiga tegemist teha. Pealegi on nende ülesannete lahendamist õige tähtsal mõõdul vaja geomeetria mõistmiseks (geomeetrilised kohad, siiru mõiste j. n. e.) ja tema tarvitamiseks tegeliste ülesannete lahendamisel elus. Kujutusülesannete lahendamisel on täitsa asjata püüda tarvitada ainult joonlauda ja sirklit: mingi muistse „teaduslikkuse“ nimel ei tarvitse kool maha salata uuema aja kultuuri võitusid tehnilise joonistuse abinõude täiendustes.

10. Geomeetriline mõõtmine.

Peale kujulise külje huvitab meid ruumivallas veel suurus. Suuruse hindamisel tarvitame võrdlemist, mõõtmist. Sellega on mõõtmisel geomeetrias väga tähtis koht. Ei nimetata asjata geomeetriat vahest ka „mõõtmisteaduseks“.

Mõõtmine võib olla: 1) täpipealne mõõtmine instrumentide abil, 2) ligikaudne mõõtmine loomulikkude mõõtudega, 3) ligikaudne ruumilise ulatuse hindamine silma või kompamise järele.

Täpipealne mõõtmine võib olla otsekohene või kaudne. Otsekohesel mõõtmisel võrreldakse teatud ulatust sellesama suuruse üksusega: tee pikkust kilomeetriga, laua kõrgust sentimeetritega, laua pinnasuurust ruutdetsimeetriga j. n. e. Kaudsel mõõtmisel mõõdetakse antud ulatuse asemel teisi ulatusi — otsekohesel teel — ja saadud andmete põhjal arvatakse ulatus, mida tarvis oli mõõta, välja. Nii mõõdetakse harilikult pinnasuurust (näituseks täisnurgelises — kahe külje, kolmnurgas — aluse ja kõrguse mõõtmise abil) ja mahtu kuid ka mõnesuguseid kaugusi väljal, kui otsekohene mõõtmine raske või täitsa võimatu (näituseks — kaugust kahe asja vahel, millele kummalegi juure ei pääse).

Täpipealse mõõtmisega peavad lapsed tarviliselt tuttavad olema, sest elus tuleb teda igal sammul tarvis. Siin tuleb näidata mõõtmisriistade tarvitamist, nende korrashoidmist ja vigade tegemise võimalusi (mõõtpuu lohakas asetamine mõõdetavale ulatusele j. n. e.). Mõõtmisharjutuste kaasas peaksid käima võimalikult alati arvamistööd. Vahest võib mõõtmise vajadus ülesande arendamisel tekkidagi. Soovitav on näidata ka, kuidas mõõtmise täpipealsust järele proovida saab mõõtmise kordamisega teises järjekorras, arvamise teel j. n. e. Väga huvitavad ja kasulikud on mõõtmised väljal.

L i g i k a u d s e l m õ õ t m i s e l tarvitatakse loomulikka mõõtusid, nagu — sammu, vaksa, jalga (labajala pikkust) . . . Kui selle mõõtmise juures mõõtjat huvitab ainult ulatuste võrdlev suurus, siis ei ole nende mõõtude täpipealne suurus mitte tähtis. Kuid ka absoluutse suuruse mõõtmiseks — olgugi ligikaudseks — võib neid mõõtusid kasutada, kui nende suurust täpipealsete mõõtude abil kindlaks määrata, muidugi iga isiku kohta eraldi. Väga hõlbus on ligikaudsel mõõtmisel sammu tarvitada. Tema pikkuse kindlakstegemiseks on väga kohane järgmiselt talitada: käia hariliku ühtlase käiguga teatud maa — näituseks üks kilomeeter — läbi ja selle juures sammud ära lugeda; nüüd ei ole raske käidud tee pikkust sammude arvule jagades sammu pikkust kätte saada. Kui sammude lugemist mitu korda toimetada, võib märgata, kui üllatavalt püsiv nende arv ühe ja sama kauguse kohta on.

Ligikaudset mõõtmist on soovitav üsna tihti tarvitada, iseäranis algastmel; ta teeb koolis töötamise huvitavaks ja on elus vahel nii väga tarvilik. Soovitav on ligikaudse mõõtmise täpipealsust riistade abil mõõtes tihti järele katsuda.

Ligikaudne ruumiulatuse hindamine silma, kompamise või musklimeele abil on suure kasvatuslise tähtsusega harjutus.

„Ilmasõda juhtis kooli tähelepanu rõhuga ühele uuele geomeetria-õpetuse alale, ruumilisele enesemääramisele (orienteerumisele) väljal. Ei pea unustama, et juba varem „Rajaleidjate“ ja „Rändlindude“ [1]) poolt välja hindamist harjutati; üldsus on aga alles sõja läbi sarnaste juhatuste tarvidusesse uskuma pandud. Lihtsate abinõudega ilmakaari kindlaks määrama, suurusi oma kehaosade abil leidma, kõrgusi varju pikkuse järele arvama, suuremaid kaugusi hindama omaloodud tähtpunktide järele, kallakuid võimalikult täpipealt kindlaks tegema õppimine kuulub ümbritseva ilma ruumlise uurimise, ruumivaldamise hulka. Sellepärast välja vabadusesse! Geomeetria saab selle vajaduse läbi, kitsast koolituba Jumala laia looduse vastu vahetada, ka tervishoidlises mõttes otse ideaalseks õpeaineks“ (prof. Dr. G. A. Scheider).

Et väga vähesed silmaga ligikaudseltki mõõta oska-

---

[1]) Skaudid.

vad, siis on selge, et kool ka selles sihis inimesi elule ette ei valmista. Silmaharjutusi võib umbes nii ette kujutada.

1. Silmal lastakse uuele mõistele vastavaid objekte ümbritsevast loodusest üles otsida, selle juures tuleb tal ühes teiste meeltega leitud objekt arvustusele võtta, hinnata, kas ta tõesti mõiste sisule vastab (pertseptsioon ja appertseptsioon).

2. Silm ühes teiste meelte orgaanidega peab kujunduste täpipealsust hindama.

3. Joonte võrdlemisel algab silmal juba päris mõõtmise töö. Kohe peale selle, kui joonte pikkusest juttu on tehtud ja neid võrreldud, tehakse silmale ülesandeks antud jooni võrrelda: nende seast kõige pikemat ja kõige lühemat välja otsida, kahe punkti kaugust kolmandast võrrelda j. n. e. Kõikide nende silmaga hindamiste kannul sammub järelekatsumine instrumentide abil. Kui last pikkusmõõtudega on tutvustatud — muidugi nägemis-, kompamis-, liikumismeele kaastegevusel — siis lastakse sellele kohe vastupidine töö järgneda: käed peavad kujundusi ette tuues (õhus, paberil, nööril, pulgal) näitama, kui õigelt ja kindlalt mõiste ajus on kujunenud ja jäljestunud ja kui õigelt seda mõistet edasi anda suudame; ja seda kõik peaasjalikult silma ja liikumismeele kontrolli all. — On joonte mõõtmine lastele tuttavaks tehtud, on teda juba mitmeti harjutatud, siis peab silm kohe näitama, mida ta selle juures on õppinud: asutakse silma järele mõõtmisele, mille täpipealsus muidugi mõõtpuu abil kannapealt järele katsutakse. Kergem on silmal hinnata vähemaid pikkusi, sellepärast on kohasem mõõtudest kõige pealt sentimeetril peatada, siit millimeetrile, meetrile j. n. e. üle minna ja kilomeetriga lõpetada. Viimase hindamisel ei saa enam silm väga suurt osa etendada, ja teda peavad musklimeel ja ajatunne toetama, kuigi viimane ise veel väljaarendamist meelte najal vajab.

4. Silm peab ka tehetega toime saama, iseäranis jagamisega.

5. Kõik ülesloetud tööd tulevad silmal iga uue suurusega läbi teha: nurga, kaare, pinna, ruumiga j. n. e.

6. Kõrvu silma harjutustega, isegi vahest nende eel, käivad musklimeele ja kompamismeele ligikaudu samasugused harjutused.

Peale otsekoheste mõõtmiste tuleb silma järele ka sihi, vahekorra, vastastikuse seisu hindamist harjutada.

11. Geomeetriline arvamine.

Et mõõtmine geomeetrias suurt osa mängib, siis on terve geomeetria-õpetus läbi põimitud ka mõõtmise kaasas- ja järelkäivast arvamisest. Puudutame eraldi arvamisreeglid, arvamisülesandeid ja arvamistehnikat.

A r v a m i s r e e g l i d geomeetrias ei ole õieti muud kui õpelaused, teoreemid; sellepärast käsitatakse ka neid samuti kui teoreeme. Nagu teisigi väiteid õpilastel ise lastakse leida, nii ka arvamisreeglid. Üldiselt olgu arvamisreeglid lihtsad, kuid keeleliselt õiged. Ütelused: „kõrguse peale kasvatada“, „aluse peale jagada“ — ei ole lubatavad; ütelusi, nagu „kõrgusega kasvatada“, „alusega (alusele) jagada“ tuleb kui tingimisi lühendatuid võtta ja sellekohaselt ette valmistada. — Konkreetsuse pärast võiksid arvamisreeglid ka vähem üldisel kujul antud olla. Nii, näituseks, on parem algastmel järgmiselt ütelda: „Et täisnurgelise pinnasuurust r u u t s e n t i m e e t r i t e s teada saada, on tarvis alus ja kõrgus s e n t i m e e t r i t e s ära mõõta ja saadud arvud teineteisega kasvatada“, selle asemel, et üldisel kujul ütelda: „Et täisnurgelise pinnasuurust p i n n a m õ õ t u d e s teada saada, on tarvis alus ja kõrgus vastavates pikkusmõõtudes ära mõõta . . .“ Üleminek üksikjuhtumiselt üldisele reeglile ei ole raske, ja sünnib iseenesest, ilma et keegi selle juures raskust tunneks ja liig abstraktseid lauseid tarvitseks kokku seada. — Reeglid tekkigu mõõtmise ja arvamisega ühel ajal, ärgu tungigu mitte arvamisest ette, vaid hoidku ennast enam tahapoole, niimoodi nagu terve käsituse sisu kokkuvõtteks saades.

Vormeli kujul arvamisreeglite andmine on kõrgemates klassides soovitav, allpool võib neid anda ainult sel tingimusel, kui õpilased ise nendeni suudavad minna ja nende kasust — töö lühendamise ja ülevaatlikkuse suurendamise mõttes — tegelikult aru saavad. Õigel kohal on vormelid, kui klassis üleminekut algebrale teostama hakatakse.

Arvamisülesanded peaksid tekkima õpilaste eneste käes, välja kasvades nende tegevusel ettetulevast vajadusest. Sel teel esinevad nad geomeetrilise käsituse orgaanilise osana. Nad olgu elulised, lihtsad, pakkugu ainult ühte raskust korraga. Labased arvu-ülesanded (nagu: „ruudu külje pikkus on 12 sentim., kui suur on ta pind") on lubatavad ainult leitud reegli kasutamise harjutamiseks ja meelespidamises kinnitamiseks, sest ülesanne peab vähegi ruumi mõtlemiseks jätma. — „Tüübi" järele ülesandeid korraldada ei ole mõtet, sest iga tüüp eeldab vastavat reeglit, neid peaks aga üsna vähe olema. Kõik teisendid (nagu näituseks pinnasuuruse ja ühe mõõte järele teise leidmine) põhjenegu alusreeglil, viimaseks olgu aga sarnane, mida elus kõige tihedamini tarvis tuleb.

Kuju järele olgu ülesanded selged, arusaadavad; ülesande tulepunkt paistku kergesti silma. Sellepärast on soovimata ülesandes eneses seletusi anda või küsimust kaaslausete sekka matta. Sarnase-kujuline ülesanne, kui: „Teades, et rombi diagonaalid vastastikku risti on, arvake rombi pinnasuurus välja, kui ühe diagonaali pikkus 18 sm., teise pikkus — 5 sm. on", on ebakohase kujuga, sest temas on peale ülesande enese veel iseseisev väide („rombi diagonaalid on vastastikku risti"), kuna ülesanne ise (küsimus, nõudmine) sellel kujul täitsa tingimuste hulka upub. — Ülesande arendamiseks tarvis minevaid väiteid tuleb enne eraldi tundma õppida.

Ülesannete arendamisel peetagu silmas samu reeglid, mis arvamisõpetuses maksavad. Üldiselt olgu ülesanded enam määratud peast kui kirjalikult arvamiseks, mispärast arvud mitte liig suured ega tehete arv liig rohke ei peaks olema. Niihästi peast kui kirjalikult arvamisel tuleb tähelepanemist sellele juhtida, missugustes üksustes suurused on antud ja missugustes üksustes saadus peab ilmuma. On pinnaarvamise ülesandes üks mõõde sentimeetrites, teine meetrites, siis tuleb enne kasvatamist arvud ühesugustes üksustes väljendada.

Arvamiste ülestähendamisel vaadatagu, et nimetused õige arvu juures seisaksid, kui neid kohane ei ole täitsa ära jätta. Kirjapanek olgu hästi ülevaatlik. Arvude ümmarguseks tegemine sündigu tarvilise ettevaatusega, sest kuna väljade mõõtmisel lõpuresultaadis ruutmeetri kümnendikud mingisugust osa ei saa mängida (iseäranis suurte arvude juures), on laua pinnasuuruse mõõtmisel ruutmeetri sajandikkudelgi tähtsust.

Pinnasuuruse silma järele hindamisel võib pinda kas pinnaüksusega võrrelda või silma järele joonte pikkust, mõõteid hinnata (täisnurgelises alust ja kõrgust) ja selle järgi pinda a r v a t a. Viimane tee annab paremaid tagajärgi.

12. Peanõuded geomeetria õpetamisel.

1. G e o m e e t r i a õ p e t a m i n e o l g u l o o m u k o h a n e.

Kõige pealt vastaku õpetamine a i n e i s e l o o m u l e. Nagu nägime, on geomeetria sisu õige mitmekesine, temasse kuuluvad väga mitmesugused aine harud, algelemendid. Üksikute algharude kaupa õpetust läbi harutades nägime, et k ä s i t u s igale elemendile vastav peab olema. Samuti peab e t t e k a n d e v i i s ennast käsitusel oleva küsimuse järgi korraldama. Näituseks on kujuloolise aine ja kujuõpetuslise aine ettekandmises vahe sisuline kui ka väline. Sisuline vahe on peaasjalikult õpetuse aluses; ühel juhtumisel on see vaatlemine, katsumine, mõõtmine — induktsioon, teisel — loogiline harutamine, mõisteid uuriv, süvendav — deduktsioon. Väline vahe on selles, et esimesel juhtumisel pea iga sammu töö ja küsiteluga saadetakse — heuristlik-geneetiline käsitus, — teisel juhtumisel aga enam lubatav on seotud ettekannet, jutustamist tarvitada.

Käsitus vastaku l o o m u l i k u l e t e a d m i s t e o m a n d a m i s e k ä i g u l e.

Ajaloolist ülevaadet tehes puudutasime ühiskonna ja üksiku isiku arenemise kõrvusust ja tähendasime, et üksik üldiselt sama arenemistee läbi käib, mille ühiskond läbi on käinud. Sellega on iga üksiku isiku iseseisva teadmiste omandamise loomulik tee umbkaudu samane, kui ta tervel inimkonnal on olnud; ligikaudu samast teed tuleb ka õpetamisel käia. Loomulikul teadmiste omandamisel võib ära märkida järgmised momendid: a) Elu annab teatud ülesande, isik seisab oma tegevusel ettetulnud raskuse ees. See on tarvis võita. Algab ülesande uurimine, osadeks lahutamine, temast tuttava väljaeraldamine ja püüd tundmatut tuttavateks algosadeks lahutada, oma teadmiste hulgast mõnda meele tuletada ja abiks tuua, ühe ehk teise katse abil lahenduse teed ette aimata. — Olgu, näituseks, meil ülesanne kahte väikest maatükki suuruse poolest võrrelda. Ülesandesse süvenemisel võib mõte tõusta nende ümbermõõtu võrrelda. Katsed näitaksid varsti, et see sihile ei vii. Tuleb asuda pinna mõõtmisele. Ruutmeetriga välja kattes märgatakse, et küllalt on mõnesuguste joonte mõõtmisest jne. Tee on aimatud, ülesanne on võidetavateks lahutatud. See oli a n a l ü ü s. b) Sellele järgneb loomulikult ülesande lahendamine leitud teel — s ü n t e e s. Ülesandest ja tema uurimisest tõusnud küsimused vastatakse, huvi rahuldatakse. Ülesande või kästatava aine keerulisusest oleneb niihästi analüüsi kui ka sünteesi keerulisus. Seejuures võib, nagu teada, ülesande üldine laad väga mitmesugune olla: lihtne asja tundmaõppimine, tõe leidmine või tema tõendus, võrdluse, mõõtmise, arvamise, katse või loogilise harutuse teel jne. d) Järgmiseks momendiks teadmiste omandamisel oleks abstraktsioon, idee- ehk mõistesaavutus. Siin püütakse konkreetse aine rohkusest olulised tunnused ja talitused kinni, mis oma kogusummas mõiste, reegli või seaduse moodustavad. Oli ülesanne, näituseks, selles, et mingi antud kolmnurga pinnasuurust leida, siis saime sünteesi abil mingisuguse resultaadi. Kui tähelepanu juhtida teele, mida mööda ülesande lahendamisel sammusime, märkame varsti, mis selle juures oluline oli: need ja need jooned tulid mõõta, need ja need arvud üksteisega kasvatada, neid ja neid jagada. Tähelpanu loobub konkreetkolmnurgalt, pinnalt, joontelt, arvudelt, vaimus kujuneb üldine kolmnurga pinnasuuruse leidmise idee, reegel, seadus. Koolis jääb õpetaja ülesandeks leitud ideed paljude konkreetsete näitustega kinnitada ning mälus kindlustada. e) Kõigele sellele järgneb omandatud teadmiste korraldamine (süsteemiks arendamine) nende sisu loogilise või ainelise suguluse järgi ja f) nende tarvitamine elus ettetulevate ülesannete lahendamisel.

Aine käsitusel tuleb neid loomuliku teadmise omandamise olulisemaid momente silmas pidada.

Õpetus vastaku ka lapse loomule. Noorematel lastel ei ole huvi teadusliste tõenduste vastu, sellepärast jäägu need hilisemate aastate jaoks. Niipalju kui vähegi võimalik, tuleb ka üksiku lapse iseloomu ja arenemistempot silmas pidada. Arenenum ja nobedam laps saab vahest kahe ülesandega selle aja jooksul valmis, millal teine vaevalt ühega, sellepärast jäägu talle võimalus täiendavaid ülesandeid isiklikult leida, kombineerida ja arendada. Ninamehed „leiduste tegemisel" ei ole kahjulikud. Nende leidused on vahest teistele arusaadavamad kui õpetaja omad näpunäited. — Siis: vabrikutöölise lapse huviala on teistsugune kui kaupmehe lapse oma, noore põllumehe huviala teistsugune kui noore meremehe oma; ka seda ei tule unustada.

Õpetus vastaku k o o l i o l u d e l e. Kui õpetajal üks jaoskond õpetada on, siis on ta palju vabam: tal on aega tarvilisel määral käepärast, ta võib terve klassiga alati väljale minna jne., tal ei ole palju tarvidust õpilastele omapead töötamiseks üles anda. On aga õpetajal korraga mitu õpeaastat juhatada, siis tuleb tal tööd nii korraldada, et kas kõik tema jaoskonnad korraga klassis töötada saaksid, või kõik korraga väljas; tuleb jaoskondadele oma ette tööd anda. Möödapääsmata peab siin õpetaja käsitust tihendama ja õpilasi juba varakult raamatu või töökaustiku juure juhatama.

2. G e o m e e t r i a õ p e t a m i n e o l g u n ä i t l i k.

Juba sellepärast tuleb õpetada näitlikult, et niisugune õpetamine aine kui ka õpilase loomule vastab. Nagu ajaloost teame, sai inimkond kaua puhtpraktilise, näitliku geomeetriaga läbi ja alles hiljemini korraldas ta oma teadmised loogiliseks süsteemiks. Sellele loomulikule järjekorrale peaks ka õpetamise järjekord vastama.

Näitlikkus ei pea siiski iga õpetamise sammu saatma ega igal sammul ühesuguseks jääma. On soovitav, et näitlikkuses teatud järjekord maksaks. Nii võiks teatud ruumikuju esiteks looduses (kehana) vaadelda, siis teda mudelis kujundada, siis õhus „välja lõigata“ ja lõpuks lihtsalt ette kujutada. Isegi joonistusi võib lõpuks ette kujutada lasta. Niisugune järjekord juhatab teed abstraktsioonile ja harjutab ettekujutusvõimet.

Kõiki ruumikujusid, ulatusi j.n.e., mida geomeetria õpetamisel tuleb käsitada, ei ole võimalik klassis näha, katsuda, uurida, mõõta; sellepärast tuleb õige tihti geomeetria õpetamisel väljas viibida, õpekäikusid korraldada. See asjaolu ei ole vähese tähtsusega, aine lastele armsaks tegemisel.

Seesmise näitlikkuse saavutamiseks on tarvis uut ainet vanaga siduda, uues vana leida, seda laiendada ning täiendada.

3. Geomeetria õpetamine olgu hüpeteta.

Juba aine seesmine arendamine nõuab seda. Küll on aine korraldus esimesel astmel episoodilist laadi, seob ennast teatud õpekäiguga, vaatlus-objektiga j.n.e., kuid seesmine side peab alati tunduma; tunni lõpul võib klass ennast küll koguni teise aine juurest leida, kui tunni algul arvata võis, kuid säärane kõrvaleminek on õigustatud ainult siis, kui ta iseenesest aine seesmise siduvuse tõttu loomulikult ette tuleb. Mõtete koondamise ja aktiivse tähelepanu harjutamiseks on tarvilik vahetevahel õpilasi keskteema juure tagasi kutsuda ja liig kaugele kõrvalekaldumise eest hoiatada, ära näidates, et nii võib juhtuda, et ükski küsimus lahendust ei leia.

Kui hädaohtlikud on hüpped aine käsitusel, teavad õpetajad ja lapsed väga hästi, sest igas klassis on ette tulnud, et mingi küsimus tumedaks jääb, vahe õpeaine vahelt välja kukub või õpetaja vahetusel välja jääb . . . (või lihtsalt üksikul õpilasel tema puudumise pärast läbivõtmata on jäänud), — kohe annab see ennast edasisammumisel tunda. Klass (või õpilane) ei lähe kaasa, õpetaja ja lapsed pingutavad asjata jõudu . . .! Varsti märkab osav õpetaja, milles asi seisab, ja otsib haige koha varsti üles.

Iseäranis kardetavad on hüpped, väljajäämised geomeetrias, sest siin toetab iga järgmine samm ennast eelminevale.

Puhtloogilise kursuse ülesehitamisel, s. o. vanemates klassides tasub iga vahelejätmine kurjasti kätte. Muidugi ei pea siit järeldama, et sellepärast iga sammu teaduslikult tuleks tõendada: vahedeta, seesmiselt seotud kursuse korraldus on ka selletagi võimalik. Ka aine korraldus mingi iseäralise põhimõtte järgi, mis küsimuste loomupärasele sugulusele ei vasta, rikub seesmist ühtlust, seotud järjestust. Sellepärast ongi aine korraldus kuju-ühiskondade järele nii raske, sest selle juures tuleks kunstlikult kuju sugukondi lõhkuda. Ei saa leppida sellepärast niisuguse aine järjestusega, kus kera ja nelinurka koos tundma õpitakse sellel põhjusel, et nad ühel ausambal leiduvad, või kolmnurkset sammast ja kolmnurka sellepärast (ma mõtlen mõlema põhjalikku käsitust), et nad koos leiduvad.

4. Geomeetria õpetamine olgu huvitav.

Huvi asja vastu ei ole võimalik, kui asi on liig tuttav või liig tundmatu. Siit järgneb, et õpetus peab parajalt aegamööda edasi nihkuma: ei või mitte enam anda, kui õpilased suudavad vastu võtta ja omaks muuta, vana peal ei tohi niikaua peatada, et ta igavaks läheks. Eluga kokkupuutumine ei tohi millalgi katkeda. Peale selle peatingimuse on veel palju teisi. Kui õpetajal omal elav huvi asja vastu puudub, kui ta üksluiselt, ühetooniliselt ette kannab, või püsitult küsimuselt küsimusele hüpleb, ei või õpilastes huvi asja kohta tekkida ega püsida. — Kohased vaheldused, kordamine uuel käsitusteel, parajad naljad aitavad töö elustamiseks kaasa; siis veel jõukohane füüsiline ja vaimline tegevus. Aine mitmekesisus võimaldab alati tarvilist vaheldust. Ülevaate katkemine läbimindud aines halvab huvi.

5. Geomeetria õpetamine olgu tarviliselt kestev.

Juba huvi peatingimuseks on, nagu nägime, tarviliselt kestev aine käsitus; aga ka aine lõpulikuks omandamiseks, meelepanemiseks on see tähtis. Koolile ei või üks puhas olla, kas laps midagi ellu kaasa võtab või mitte, sellepärast peab ta hoolt kandma, et aine, mida käsitatakse, võimalikult lapsele omaks saaks. Selleks aga on tarvis ainet põhjalikult käsitada, küllaldaselt harjutusi teha ja korrata. — Muidugi peab aine nii valitud olema, et põhjalikku käsitamist maksaks. Igasugused vähese tähtsusega küsimused ei sünni selleks mitte: need jäägu välja. — Kõik oskused, võimised, võimed tarvitavad harjutamist — mõtlemisest algades ja mingisuguse lihtsa füüsilise tegevusega lõpetades. Teadmised üksi ei aita: elu nõuab osavaid teadmiste tarvitajaid. Kes enam harjutab, see enam oskab.

Mida tähtsam küsimus või harjutus, seda tihedamini tuleb tema juure tagasi keerata, teda korrata. Kordamisega peaks tund harilikult algama, kordamisega ka lõppema.

Kordamine saab möödapääsmatuks, kui õpetamisel ilmsiks tuleb, et mõned küsimused ununenud, või kui aines uut laialisemat küsimust alates tarvis on üldist pilku heita läbivõetu peale.

6. Geomeetria õpetamine olgu praktiline.

Tegev elu olgu geomeetria-õpetuse lähtekohaks ja sihiks korraga. Tegelikust elust tõusku tarvidus ruumiriiki tundma õppida, teda vallata, tegelikku ellu sihtigu omandatud teadmised ja võimised tagasi. Geomeetria õpetus ei saa seejuures teistsugune olla kui praktiline.

Niihästi mõistete selgitamine kui ka tõdede leidmine lastagu esineda tõusvana mingisugusest praktilisest vajadusest. Asudes, näituseks, pinna mõiste selgitamisele (muidugi konkreetsele), tekitagu õpetaja vajadus keha pinda ligemalt vaadelda, tähele panna (vaata „Lisandustes“ peatükk „Kuidas alata?“ teine näitus); asudes kolmnurga pinnasuuruse arvamisele, olgu kõigile nähtav mingi tegelik vajadus seda teha.

Praktilist aine valikut, tema praktilist käsitust on üksikasjalisemalt juba korduvalt puudutatud. Uus kordamine oleks ülearune.

7. Geomeetria õpetamine olgu kasvatav.

Geomeetrial on selleks rikkalikud abinõud käes. Oma sisuga, mis lapselikult-lihtsast kunni ülevama teaduslikkuseni võib paisuda, tuleks ta soovitud külalisena igale lapsele igas eas, ohtralt jagades kõigile kohaseid teemasid töödeks, kujusid tundmaõppimiseks, huvitavat ainet mõtlemiseks, — tuleks, kui õpetajad teed lahti teeksid. Ta lubab ennast uurida nii teaduslikult kui keegi suudab, huvi äratades teaduse ja teadmiste ning nende otsimise ja leidmise vastu. Niisugune huvi on aga vaimlise arenemise pant. — Juhust andes oma võimisi jõukohasel ainel proovida, raskusi võita, aitab geomeetria-õpetus kaasa lapse iseteadvuse, võimistunde kasvamiseks. Et seda mitte takistada, tuleb hoiduda võitmatute raskuste etteveeretamisest. — Ühtlasi kasvab tegevustung, sest paras kordaminev töö on paremaks mõnu allikaks. Armastust töö vastu kasvatades täidab kool oma tähtsamat ülesannet — kasvatab inimest, valmistab teda elu jaoks ette, kindlustab talle elamismõnu.

Geomeetria õpetamine pakub arenevale vaimule juhust tõde otsida ning leida, ja tema vääramatust tundma õppida. See elustab ja kasvatab tõetunnet, lugupidamist tõe vastu.

Aktiivset tähelepanu harjutades mõjub geomeetria-õpetus tahtejõu koondusele kaasa.

Ilutunde kasvatamist toetab geomeetria, rikastades vaimu ruumikujudega, harjutades silma vormisid analüseerima, nende mitmekesisust ning korrapärasust, ühtlust ning taolust märkama. Kujude tagavara kasvamisega kasvab maitse, ilutunne. — Kõik tööd tehtagu korralikult, et ilutunde kasvamist ka sellest küljest toetada.

Samal ajal täieneb ettekujutusvõime; tema harjutamiseks mõjub geomeetria, nagu juba nägime, suuresti kaasa.

Täpipealsed mõõtmised, täpipealsed joonistused, korralikud tööd kui neid tarvilise hoole ja armastusega tehakse, elustavad kasvandikus korra-armastust.

Kõik see kasvatav mõju teostub kõige kindlamini, kui geomeetria õpetaja tarvitab laboratoorset metoodi kui üldist õpetuse printsiipi, teda täiendades heuristlik-geneetilisega nii, et üks ehk teine nendest, selle järgi, kuidas aine üksikud osad nõuavad, omandaks suurema tähtsuse.

13. Õpperaamatutest ja õppeabinõudest.

Mis puutub geomeetria õppe- ja käsiraamatutesse, siis ei saa õpetaja ilma nendeta läbi. Õpilastele ei ole nad mitte tingimata tarvilikud. Kus õpetaja juhatusel ainult üks jaoskond töötab, seal saab õpetaja ise tarvilise arvu ülesandeid anda ja meelepandaval ainel nii põhjalikult peatada, et kodus kordamine vaevalt tarvilik on. Sellest seisukohast vaadates võiks niisuguses koolis õpperaamat õpilastel puududa. Kuid õperaamatu tähtsus võib ka teistsugune olla. Haritud inimese lahutamata kaaslaseks elus on raamat, raamatu tulu kasutamist aga tuleb harjutada. Seda asjaolu peavad silmas Ameerika pedagoogid, kes nõndanimetatud „õpperaamatu-metoodi“ kaitsevad. Last tuleb ainega ja raamatuga vahetevahel üksi jätta, sest kui igat ta sammu õpetaja juhib, siis ei õpi ta millaski iseseisvalt „käima“. — Möödapääsmatuks saab aga raamatu tarvitamine koolides, kus õpetaja juhatusel korraga mitu jaoskonda töötavad, ja säherdused on enam jagu meie algkoolidest.

Geomeetria õpperaamat ei tarvitse sisaldada kõike seda, mis klassis käsitatakse, küll aga on soovitav, et ta üldisele käsitusviisile vastaks, sest muidu on raske raamatut kasutada.

Õpperaamatus peaksid olema õppelaused, mille meelepanemine tarvilik ja mida sealt kordamisel leida võiks, ja ülesanded, mida õpilased klassitöö jätkuna iseseisvalt võiksid lahendada. Ka võiks siin olla tarviline arv kujundusi instrumentaal- ning silmaga mõõtmise ja tehete jaoks, kui sarnane materjaal iseäralisesse töökaustikusse ei ole asetatud. Ühesugused valmid joonistused on oluliselt tähtsad kõigi tööde juures, mis mõõtmisega ühenduses, sest siis on võimalik terves klassis õpilastel oma töö täpipealsust võrrelda.

Õpperaamat peaks kena välimusega olema: paber ja kiri niisugused, mis silma ei riku, pildid, joonistused ja tabelid niisugused, mis ilutunnet ei halva, köide — püsiv. — Sisuliselt — keel ladus ja õige.

Õppeabinõusid pakub loodus ja valmistavad õpilased ise. Väga keerulised ja kallid õppeabinõud ei ole pedagoogiliselt palju väärt; pealegi ei või näitlikkuse nõudmisel siiski unustada, et lapse vaimule ka juhust peab andma pärast seda, kui kujuga näitlikult tutvunetud, teda ette kujutada.

Koolis peaks olema geomeetrilistest õppeabinõudest: mõõtpael, loodlaud, kaallaud, nurklaud, tähtsamate geomeetriliste põhikujude suured mudelid, ja — tahvlil töötamiseks — pikem sentimeetriteks jagatud joonlaud, sirkel ja mall; peale selle — ruutmeeter silmapaistva ruutsentimeetriteks ja detsimeetriteks jaotamisega, siis laotatav kantmeeter ja õõnsad mõõdud. Igal õpilasel veel väike joonlaud, sirkel, mall ja nurklaud. Kõike seda valmistavad õpilased ka ise, kuid täpipealsete tööde jaoks peaksid vähemalt sirkel ja mõõtpuu õige korralikud olema.

14. Õpetaja osa geomeetria õpetamisel.

Õpetaja aset ei saa osaltki täita ei hea õppeviis, ei head õppeabinõud, ega hea raamat, ega kõik koos. Iseäranis maksev on see geomeetria õpetamisel. Siin on tarvis igal sammul leida, luua, hinnata, arvustada, juhtida, algatada. Kõige selle hingeks peab olema õpetaja, — hingeks, sest tegema kõike seda peavad ometi õpilased ise. Terve klass peab alati elavalt töö kallal olema, kuid õpetaja peaks õige vähe tegema . . . .

Milleks on ta siis seal?

Ta on algatajaks, nägijaks, kus viltu tahab minna, aitajaks, kui abi otsitakse, tõukajaks, lükkajaks, ergutajaks, rahustajaks, arvustajaks, kuid niisuguseks, kelle mõju kedagi ei kitsenda, ei suru, kuid kelle ligiolek kõiki julgustab, kõigis usku e n e s e võimisesse tiivustab.

Kuidas saab õpetaja seda olla?

Õpetamine ja kasvatamine on tõsisem kunst, õpetaja — kunstnik; kunstniku tegevust ei saa ette kirjutada; seda võib vaadelda, võib arvustada, talle võib näpunäiteid anda vigade ärahoidmiseks, teda võib tähelepanelikuks teha vanade ja uute voolude kohta tema kunsti alal, sellega temale oma iseseisva tee leidmist hõlbustades . . . Enam mitte!

III Lisandused.

Algajale õpetajale võib raskusi sünnitada mõnede üksikute küsimuste tegelik lahendamine, mille kohta tal küll üldine pilk ei puudu, kuid mille üksikasjad ta käes ei taha õnnestada. Mõnda nendest püüame siin ette näha ja lühidalt puudutada.

1. Kuidas alata?

Iga algus on raske, õpetamise algus algajal õpetajal uue õpeviisi juures veel iseäranis. Esimesed sammud on kõige saatuslisemad, juba nende tegemisel tekivad mitmed küsimused. Kõige pealt — millest alata?

Vaieldakse ju selle üle, kas geomeetria õpetamisel kehast või punktist või joonest alata. — Mina algaksin joonest. — Miks?

Sellepärast et joon on geomeetriline ulatus, mille kõige kergemini „ise teha“ võib; sealjuures on ta nii arusaadav, nii lihtne. Siis veel sellepärast, et jooni laps koolis üsna vara tõmbama hakkab. Ja veel sellepärast, et algades kehast, ei pääse ikkagi joonest mööda; et aga mitut mõistet korraga soovitav anda ei ole, siis jääb ikkagi keha esiotsa enam kõrvale.

Kuid ka kehast algamine ei ole mitte kuritegu, aga siis juba mitte geomeetrilisest mudelist, vaid mõnest loomulikust asjast.

Peaasi on, et alataks loomulikumast, reaalsemast, lihtsamast, huvikohasest. — Võib olla, oleks huvitav alata koguni sõõrist (rattast), kui lastele huvitavamast kujust.

Teiseks — kuidas alata?

Selle eest mitte liialt muretseda: kõige parem on asju oma soodu areneda lasta ja kohane juhus kinni püüda. Nii võivad lapsed koduloos väga kergesti geomeetrilisele teemale juhtuda; õpetaja võiks siis sellel teemal natuke pikemalt peatada ja viimaks teatada, et selle huvitava „asja“ õppimiseks ise tund tuleb võtta. Ja niisugune tund võiks järgnedagi.

Aga parajat juhust ootama jääda ei ole alati soovitav, ja siis, kui õpetaja sarnast juhust koduloo tunnil ise välja kutsuda ei taha, on olemas igasuguseid võimalusi teisiti alata.

Esimene näitus. Enne esimest geomeetria tundi on lapsed kooli õues ja mängivad midagi niisugust, kus joont tuleb tõmmata ja kus seda joont tähele tuleb panna. Kui teisi parajaid mängusid ei ole, siis võiks sarnast tarvitada: Kellelegi lüüakse kergelt käega külge ja öeldakse: „Püüa!“ See hakkab nüüd teisi, kes kõik aeg liikvel on, taga ajama, et omakorda kellelegi külge puudutada ja käsku „Püüa!“ edasi anda. Muidugi jooksevad teised eest ära. Märkab keegi, et tal põgenemine enam hästi ei õnnesta, võib ta kummardada ja sõrmega liivasse oma ja tagaajaja vahele joone tõmmata, millest viimane üle astuda ega ulatada ei tohi. Selle juures võib tõmbaja ise hüüda: „Joon“ (või „Piir“). Saab aga tagaajaja enne kui joon teda takistab käsu „Püüa!“ edasi anda, siis hakkab tabatu oma korda teisi taga ajama. — Viimaks on vahetund lõpul. Lapsed lähevad klassi. Õpetaja laseb sõrmed liivast puhtaks pesta, ja tähendab: „Mõnigi ei olnud küllalt osav jooni tõmbama ja laskis ennast tabada. Tarvis harjutada. Et selle juures uuesti sõrmi ei määriks ega klassi põrandal ei vigastaks, tõmbame õhus oma ette sõrmega joone . . . Veel kord... Veel. Juba läheb hästi. — Nüüd tõmmake ümbersõõri omale joon, et kuskilt poolt tagaajaja juure ei pääseks... Nii... Tõmmake nüüd oma lauale ta äärt mööda joon ümber. Tõmmake sõrmega õhus, nagu tõmbaksite teie akna piiri mööda... Teie tõmbasite jälle joone. Tõmmake õhus sõrmega rist; tõmmake rattas... Tõmmake niisugune joon, nagu väljas tõmbasite. Tõmmake nüüd veel omale ümbersõõri joon. Kumb joon oli kõver? Aga teine? Näete: jooni on õkvu ja kõveraid".

Nüüd on raske seisatama jääda... Jooni tõmmatakse juure: alt üles, paremalt pahemale j.n.e. Õgev joon saavutatakse ühel ja teisel ja kolmandal teel... Algus on tehtud... Ja teine kord väljas sama mängu mängides tõmbab mõnigi omale siiru ümber, et tagaajaja kuskilt poolt juure ei pääseks.

T e i n e n ä i t u s. Algame kehast. Muidugi võib sissejuhatus väga mitmet moodi olla, kuid alati on võimalust kodulooga siduda. —

Õpetaja toob lauale mitmesuguseid asju, näituseks pappkarbi, kandiku, jalapalli, hööriku, kübara karbi, täie niidirulli, kanamuna... ja algab juttu: „Sellel tunnil vaatleme õige mitut asja korraga... Missugused asjad siin on"? (Lapsed nimetavad, mida tunnevad). Õp.: „Võtame karbi. Missuguse teise asjaga ta siin kõige enam sarnane on"? Lapsed: „Kandikuga, plukiga, kuubikuga". Õp.: „Aga mille poolest nad siis sarnased on"? Lapsed: „Mõlemad on siledad". Õp.: „Kas jalapall siis sile ei ole"? — Laps: „On küll, aga... (peatab). Õp.: „Katsuge käega järele". Lapsed (katsuvad): „Kõik on siledad, aga karp ja kandik on igalt poolt t a s a s e d". Õp.: „Noh, vaadake. Aga kas teistel kehadel siis tasast sugugi ei leidu?" — L.: „Jah, leidub. Kübarakarp on ka pealt tasane". — Õp.: „Kust veel?" — L.: „Alt". — Õp.: „Siis on kübarakarp ka sellega sarnane?" — L.: „On natuke. Aga nii sarnane ei ole, kui kandik: kandik on igalt poolt tasane". Op.: „Missugune siis kübarakarp mujaltpoolt on?" — L.: „Niisugune ümmarik, kõver..." — Õp.: „Katsuge käega"! — L. (katsub). Üks laps: „Aga see karp ja kübarakarp on ka sarnased". — Õp.: „Noh, mille poolest sa siis mõtled?" — L.: „Mõlemad on papist, aga kandik ei ole..." — Õp.: „Näete, mida tema märkas. Aga mille poolest meie siis seda karpi ja kandikut nii sarnaseks pidasime, kui üks puust ja teine muust on? Kas meie vaatasime selle peale, millest nad tehtud on?" — L.: „Ei. Meie vaatasime nende nägu, nende välimist poolt, nende vormi, nende kuju..." — Õp.: „See on õige. Meie nägime nende vormi ehk kuju. Aga kas siis kuju poolest siin kübarakarbiga ükski asi sarnane ei ole?" — L.: „On. Niidirull". — Õp.: „Mille poolest need siis sarnased on? — L: „Nemad on ümmargused". Õp.: „Aga jalapall? Kas see ümmargune ei ole?" — L: „On, aga see on teistmoodi. See on igalt poolt ümmarik". — Õp.: „Kas kübarakarp või niidirull ei ole?" — L.: „Nendel on mõned kohad tasased". Õp.: „Millega siis jalapall sarnane on?" — L.: „Munaga, keraga. Nad on üleni ümmargused". — Õp.: „Katsuge. Kust kohast teie katsute? Kas seest ka?" — L.: „Ei. Väljastpoolt." Õp.: „Mida mööda, missugust jagu mööda teie tõmbate käega?" — Laps: „Koort mööda (muna)", teine laps: „Nahka mööda (jalapall)", „Kesta mööda (karp)"... Õp.: „Siin on vaagnaga vesi. Kas siin ka tasast on?" L.: „Jah, on." — Õp.: „Kus? Näita!". Laps näitab. — Õp.: „Mida mööda sa näitad?" L.: „Pinda mööda"... Õp.: „Kas käe vette pistad? Seestpoolt näitad?" — L.: „Ei. Ainult väljast." — Õp.: „Mis on siis veel praegu tasane?" — L.: „Pind on tasane" — Õp. (loksutab vett): „Kas praegu ka?" — L.: „Ei. Praegu on pind liikuv..." — Õp. (liigutab karpi): „Kas niisugune, nagu siin?" — L.: „Ei, vee pind on niisugune kõver..." — Õp.: „Aga nüüd?" — L.: „Nüüd on tasane". — Õp.: Missugune saab siis vee pind olla?" — L.: „Tasane ja kõver". — Õp.: „Kas seda, mis karbil tasane oli, ka võib pinnaks nimetada?" — L.: „Jah, võib." — Õp.: „Kas jalapallil ka siis pind on?" — L.: „On." — Õp.: „Kas tasane?" — L.: „Ei, kõver." — Õp.: „Missuguseid pindu siis asjadel on?" — L.: „Asjadel on tasaseid ja kõveraid pindu..." — Õp.: „Vaadake ringi ja näidake, kus veel asjadel tasast pinda on. — Kus kõverat? — Katsuge järele..."

Edasi on kõik teed lahti, kas „keha" nimetust anda, pindasid edasi vaadelda või jooni vaatlema asuda.

Nendest vabalt valitud näitustest on ehk selgituseks küll. — Igaüks leiab ise tee ja viisi algamiseks.

2. Kuidas õppekava tarvitada?

Õppekava tarvitades ei või millaski unustada, et ta mitte tundide konspektiks ei ole. Õppekava loeb üles ainult materjaali, mida teatud klassis tuleb käsitada, et koolid enam-vähem sisuliselt ühtlased saaksid olla, kuna materjaali läbivõtmise järjekord õpetaja (või õpetajate nõukogu) oma asjaks jääb. Et praeguse aja koolilt nõutakse geomeetria õpetamisel töömetoodi tarvitamist, mis pealegi alati elu ja oludega peab rehkendama, siis peavad õppekavad ka sellekohaselt a v a r a d olema.

Üldisi tööteemasid õppekavast saades, tuleb õpetajal o m a l aine põhjalikult läbi mõelda, kõiki oma kooli eri-asjaolusid (nagu ühe õpetaja hoolel olevate jaoskondade arvu, õpilaste ettevalmistust, küsimusi, mis teistes õppeainetes juba läbi võetud j. n. e.) arvele võttes, ja töö kava kokku seada. Ehk küll töö juures tarve võib tõusta töö kava muuta, kuid teha tuleb see kava siiski... Muudatusi üksikasjus ei ole raske ette võtta, kui olud sunnivad. — Peaks püüdma kõike aasta jaoks määratud materjaali aasta jooksul ka tõesti läbi võtta, kusjuures, kui aeg napiks jääb, ainet enam kokku tuleb tõmmata, vähema tähtsusega küsimusi välja jättes, muidu on raske kokkukõla mitme kooli ja mitme õpetaja töös (nende vahetuse puhul) alal hoida. — On see aga siiski õpetusele märgatavat kahju tegemata võimatu, siis tuleb kasvatusteaduslistele nõuetele eesõigus anda, tekkivaid halbtusi niipalju vähendades, kui võimalik.

3. Kuidas tundi ette valmistada?

Et seesmist sidet aines alal hoida, on tarvis uue tunni ettevalmistamisele asudes kõik meele tuletada, mis eelmisel tunnil tehtud ja mis seal iseäralist juhtunud. See on veel tarvilik ka selleks, et oma töö kogemusi kohe ära kasutada, tungides äparduste põhjustesse ja klassi võimise kohta omale selgust muretsedes. Uus tund tuleb rajada vanale alusele, ühendada läbivõetud ainega. Teda läbi kaaludes on tarvis kõige pealt selgusele jõuda selle kohta, mis saab uue tunni peateemaks, aineks teisiti öeldes: mida tuleb uue tunniga püüda kätte saada. Küsimus ise tuleb läbi mõtelda; mis omal ununenud — meele tuletada, raamatutest järele vaadata. Siis tuleb kaaluda, kuidas valitud ainet edasi anda, s. o. kaaluda metoodilist külge. Soovitav on omale tunni käik üles märkida, isegi tähtsamaid küsimusi ära tähendades. Selle juures ei saa muidugi mitte kõike ette näha, kuid sihtjooned ära märkida on alati võimalik. Siis — õppeabinõud. Millalgi ei tohi nende peale alles klassis mõtelda, sest siis on kas ajakulu karta või koguni käsituse nurjaminekut. Abinõud tuleb enne tundi aegsasti järele vaadata. Kui tund tarvitab minekut terve klassiga õue, väljale, mingi eemaloleva asja juure, siis tuleb sellest, kui võimalik, varakult teatada teistele õpetajatele kui ka lastele, ja kõik ise korralikult läbi kavatseda.

Tõsiselt kaaluda tuleb iseseisvaid töid, mida lastele kas klassis või kodu teha tuleks anda.

Paar näitust sellest, mida õpetaja tundi ette valmistades omale võiks üles märkida.

Esimene näitus (eelkursusest):

1. Aine:

Sümmeetria mõiste.

2. Tunni ülesanne:

Lapsed peavad sümmeetria mõiste omandama kõige lihtsama sümmeetria juhuse (joone suhtes) käsitamisel;

osavuse omandama seda juhust ise tuletada (kujundada), ja märkama, et sümmeetrilise kujude asetamise korda kasutades ilu võib saavutada.

3. Alused, millele võib rajada.

Õpilased tunnevad geomeetrilisi kujusid, ruutu, täisnurgelist, haruühtlast kolmnurka, sõõri nende omadusi ja oskavad neid kujutada; on toimetanud kujude üksteisele asutamist, joonte mõõtmist, on osavad looduskehadelt geomeetrilisi kujusid otsima.

4. Abinõud.

Paber kokkumurdmiseks ja väljalõikamiseks, nööpnõel, käärid, tint; puulehed, sümmeetrilised ja ebasümmeetrilised lillelehed, loomade ja inimese kehaosade seisu vaatlemine j. n. e.

5. Käsituse käik.

Meie õpime täna üht õige huvitavat ilustus-abinõu tundma.

Võtke leht paberit ja pange ta kahekorra kokku; võtke lahti. Tõmmake tindiga paberile mingi korratu joon; ärge laske tinti ära kuivada, pange paber nii, nagu varem, kokku ja võtke uuesti lahti. — Mida märkate? Tähendatakse, et ühe joone asemel on kaks ja kogu vigur on sellepärast huvitav, et temas ühe poole peal sama kordub, mis teiselpool kokkumurdmise joont on. Lastel ärkab huvi.

Lastakse teha tindiga punkt, paber uuesti kokku panna, lahti võtta ja punkti ja ta jälge kõrvuti seada.

Samuti lastakse talitada õgva ja kõvera joonega.

Lastakse paber kokku panna, temast siis mõnesugune vigur välja lõigata (või temasse nööpnõelaga tippida) ja lahti teha. Vaadeldakse saadud kuju ja tema osade asetust kokkupaneku joone suhtes.

Nüüd võib umbes sarnase seletuse anda: „Kui kuju piki joont nii kokku panna saab, et tema üks pool teisega täitsa ühte langeb, siis kutsutakse sarnast kuju sümmeetritiseks tähendatud joone suhtes. Seda joont aga nimetalakse sümmeetria teljeks.“ (Päheõppimist muidugi ei tohi olla.)

Selle järele pannakse mõned tuntud kujud (ruut, täisnurkne) piki mõnda joont kokku ja leitakse, et mõne joone suhtes need kujud sümmeetrilised on, mõne suhtes aga mitte. Leitakse ka, et sõõril iga läbimõõt sümmeetria teljeks on, et mõnes kujus aga ühtki sümmeetria telge ei ole.

Siis leitakse klassis sümmeetrilisi kujusid (raamat, tahvel, aken j.n.e.), samuti õues (puulehed, labidas j.n.e.), selle juures mitte enam toonitades, et üht poolt teisega ühte panna saaks.

Selle järele tarvitatakse sümmeetriat labasel viisil ilusate kujude saamiseks: joonistatakse tahvlile ühele poole õkva joont midagi ja püütakse seda teisel pool sümmeetriliselt korrata; lõigatakse veel paberist mõned sümmeetrilised kujud välja, tehakse paberile värviline plekk ja enne kui see saab ära kuivada, murtakse paber kokku joont mööda, mis plekist läbi läheb. Lahtitegemisel leitakse, et kena sümmeetriline vigur on tekkinud.

Tarvitatakse peeglit sümmeetriliste kujude saavutamiseks.

Nüüd võib asuda sümmeetriliste punktide seisu uurimisele (ühendatakse neid õkvade joonte abil, vaadatakse, kuidas viimased kokkupanemisel ühte langevad, järeldatakse, et telg nad pooleks jagab ja nendele risti on).

Peale selle saadakse sümmeetrilisi punkte juba ilma paberit kokku murdmata. Samuti õgvikuid.

Kui graafikute joonistamine õpilastele tuttav, siis lastakse nüüd ka ruutpaberil koordinaatide telgede suhtes sümmeetrilisi punkte, jooni ja kujusid saada.

6. Ülesanded.

Ülesanded võivad olla: sümmeetriliste kujude valmismistamine (vähemalt joonistamine); tuttavates kujudes sümmeetria telje otsimine ja harjutused koordinatide süsteemis.[1])

Teine näitus (põhikursusest):

1. Aine.

Nurgeliste kujude välisnurkade summa.

2. Tunni ülesanne.

Õpilased saavad teada, et kõigi nurgeliste välisnurkade summa püsiv suurus — 4d — on, tõestavad seda loogiliselt ja mõistavad reaalselt.

3. Alused, millele võib najada

Õpilased teavad juba, et kõigi nurkade summa, mis ühe punkti kui ühise tipu ümber asuvad, 4d on; teavad, et nurgad, mille küljed paarikaupa kõrvu, teatud tingimusel

---

[1]) Vaata: F. V. Mikkelsaar „Geomeetria rahvakoolidele" 3. õpeaasta; § 6 „Sümmeetria", ülesanded 4, 7 ja 10—14.

ühesuurused on; peale selle on nad juba tõestanud teoreemi: „Kolmnurga nurkade summa on 2d“, ja selle juures kõik need nurgad ühe punkti juure üle kannud.

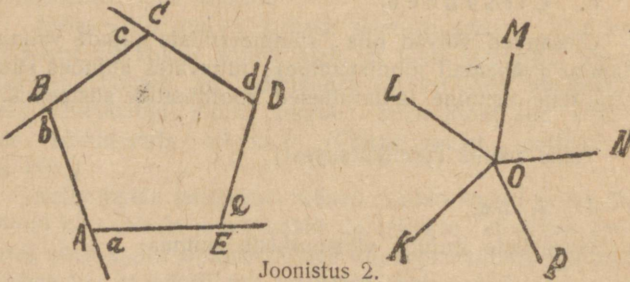
4. Abinõud.

Joonistus tahvlil ja, lõpuks, joonistus murul või põrandal.

5. Käsituse käik.

Tuletatakse meele, kui suur on kolmnurga nurkade summa ja kuidas seda loogiliselt tõendati.

Õpetaja teatab, et nüüd niisuguse omadusega tutvunetakse, mis kõigil nurgelistel olemas.



Joonistus 2.

Tuletatakse meele, mida nimetatakse nurgeliseks, mida tema välisnurkadeks; tehakse joonistus.

Peale selle paneb õpetaja ette püüda selle nurgelise välisnurkade summat leida.

Tuletatakse meele, et kolmnurga nurkade summa leidmiseks nurgad kõik ühe tipu juure üle kanti.

Nüüd tehakse katset siin samuti talitada. Ühe tipu juures on juba üks välisnurk olemas, üks külg ja teise pikendus sünnitavad tema; samast tipust tõmmatakse ülejäänud külgedele kõrvujooned ja leitakse, et kõik välisnurgad (õieti nurgad, mis nendele võrduvad, sest igaühe nende nurkade küljed on paralleelsed vastava välisnurga külgedele) nüüd selle tipu juures koos on ja nad parajasti kogu pinna tipu ümber täidavad; niisuguste nurkade summa on aga 4d.

Tehakse järeldus.

Et tõendus veel selgemal kujul esineks, korratakse teda, võttes mingi punkt O (joonistus 2) väljaspool antud nurgelist ja tõmmatakse temast õgvad jooned, mis kõrvu oleksid igaüks nurgelise ABCDE ise küljega, nii siis $ON \parallel AE$, $OM \parallel DE$, $OL \parallel CD$, $OK \parallel BC$ ja $OP \parallel AB$; sellega on aga $\angle NOP = \angle a$, $\angle MON = \angle e$, $\angle LOM = \angle d$, $\angle KOL = \angle c$ ja $\angle KOP = \angle b$.

Järeldused, nagu varemini.

Peale selle joonistatakse uus nurgeline, ja õpilane kordab terve tõestuse.

Tehakse üleüldine järeldus, et nurgelise välisnurkade summa muutumata suurus (4d) on.

Joonistatakse põrandale kriidiga (või murule terava teibaga) nurgeline ja tema välisnurgad. Keegi käib nurgelise kontuuri mööda ja teeb igal tipul (uuele küljele keeramiseks) pöörde, mille suurus välisnurgaga väljendatud on... Endisele kohale tagasi tulles on ta terve pöörde teinud, sellega 4d ehk 360^{0}. Siin märkavad õpilased, et välisnurkade summa püsivus täitsa silmanähtav on ja ühe täie pöörde välja teeb.

6. Ülesanded.

Juba käsituse lõpul tuleb arvamisülesandeid anda, näituseks: „Arvake ühtlase kuusnurga välisnurga suurus välja". Kui klass iseseisvusega harjunud on, võib talle iseseisvaks harjutuseks üles anda järgmised küsimused: „Kui suur on kuusnurga (nelinurga, kümmenurga) välis- ja sisenurkade summa kokku?" „Kui suur on kuusnurga (nelinurga, kümmenurga) sisenurkade summa?" „Kui suur on nurgelise sisenurkade summa üleüldse".

Väga võimalik, et õpilased need küsimused iseseisvalt vastavad, ja siis on järgmisegi tunni töö peaaegu tehtud.

4. Kuhu nädala tunnijaotuses geomeetria mahutada?

Kõik tunnid on tähtsad, sellega ei saa mingisugusest aine „aukohast" tunnijaotuses juttu olla. Siiski peab võimalikult igale ainele kohase aja leidma. — Geomeetria, kui aine, mis igal sammul tõsist vaimu-pingutust tarvitab, ei peaks ei esimest ega viimast kohta omale saama. Esimese tunni ajal ei ole õpilaste vaimutegevus veel täit „hoogu" omandanud, nagu seda katseline hingeteadus näitab, viimase tunni ajaks on aga lapsed juba niivõrd väsinud, et sügavam tähelepanu koondamine raskendatud on. Kõige kohasemaks oleks teine tund. Talvel võiks tund hilisem olla, sest keskpäeva paigu on lastega väljas viibimine parem (ja välja tuleb lastega geomeetria õpetamisel õige tihti minna) kui vara hommikul; suvel on asi aga ümberpöördud.

5. Millal küsida lapsi, et nende teadmisi hinnata?

Ei millalgi ja alati. Selleks küsida, et hindamist teha, teiste sõnadega — eksamineerimiseks, ei ole millalgi tarvis; küsimise ülesanne on õpilasi käsitusel juhtida või ainet korrata lasta, hindamist peab õpetaja aga igal sammul: iga vastuse, iga töö, iga leiduse järel tegema. Õieti peab õpetaja iga silmapilk viimase kui lapse tööd, edu, kaasatulekut nägema ja tähele panema. Sellepärast ei ole paha, kui lapsed vastamise soovist käetõstmisega märku annavad. — Ei tõuse õpetaja küsimuse puhul käed siis mitte, on selge, et asi mitte täitsa selge ei ole, ja õpetaja teab kas natuke tagasi pöörata või küsimust lihtsamal kujul ette panna. Oma tähelepanekud iga õpilase kohta peaks õpetaja võimalikult iga tunni järele omale üles tähendama. — Iseäranis tuleb silmas pidada nõrku õpilasi, sest nad vajavad erilist abi.

*

Kõige paremaks juhatajaks õpetajale on ja jäävad ta omad kogemused. Need õpetavad põhjalikult ja kogunevad ruttu, kui õpetaja huviga asja juures on.

*

Lõpuks veel tagasi tulles tunni ettevalmistamise küsimuse juure, ei saa tähendamata jätta, et iga tund on oma ette kunstiteos; sellepärast peab tema „loomiseks" teatavat seesmist tuld, vaimustust olema. Hea kui õpetajal seda ei puudu. Kunstiteosena nõuab tund teatud seesmist ühtlust, koondust mingi idee ümber. Ei ole hea, kui tund ühes „stiilis" ühe teema kallal algab ja täitsa teises stiilis ja teise ainega lõpeb. Nagu muusikaline teos lõpuks harilikult samasse helitõusse tagasi tuleb, kust algas, nii peaks ka kooli „kunstiteostega", õpetundidega olema.

Hea õpetaja tunneb tunni lõpul kindlasti, kas ta teos õnnestab või mitte . . .

Õpetaja enese ja õpilaste nimel tuleb soovida, et ta tihti õnnestaks.

Sisujuhataja.

II. Üldine geomeetria metoodika.

III. Lisandused.